

GUIA DE PROBLEMAS

1 RIOS Y ESTUARIOS

Problema 1.1

En un tramo del río Paraná su sección está caracterizada por un ancho medio de 2 km, una profundidad de 7 m y una pendiente de 5 cm/km. Si los efectos resistivos se pueden representar por un coeficiente de Manning de 0.025, estimar el caudal transportado por el río.

Problema 1.2

Un sistema colector recibe el drenaje superficial de un campo. Para la lluvia más frecuente, el colector eroga 100 l/s y los vertirá en un canal. Se desea diseñar el canal con un ancho de 1 m de tal forma que la corriente tenga una profundidad no mayor a 40 cm. La vegetación que se desarrollará en el canal produce un efecto de resistencia al flujo equivalente a un coeficiente de Manning de 0,035. ¿Con qué pendiente se debe excavar el canal?

Problema 1.3

Un curso de agua recibe una carga contaminante, de origen agrícola, distribuída en sus primeros 20 km de recorrido. El valor medio de esa contribución se ha estimado en $L_d = 1,2$ kg/(m día). Aguas abajo de ese tramo de 20 km el aporte de contaminante desaparece. Las características (medias) del río son las siguientes:

Velocidad de la corriente $u = 0,50$ m/s

Profundidad $H = 3$ m

Ancho $B = 50$ m

El proceso de transporte del contaminante en el río está descrito por la siguiente ecuación para la concentración media c de contaminante sobre la sección transversal:

$$u \frac{\partial c}{\partial x} = D_l \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - Kc + \frac{L_d}{\Omega}$$

donde x es la coordenada longitudinal, D_l el coeficiente de difusividad longitudinal, K la constante de decaimiento por descomposición bioquímica y Ω el área de la sección transversal (que puede calcularse como el producto de B por H).

El coeficiente de difusividad se calcula como

$$D_l = 10 H u^*$$

$$u^* = f u \quad (\text{velocidad de corte})$$

$$f = 0,06 \quad (\text{factor de fricción})$$

La constante de decaimiento vale $K = 0,05$ 1/hora.

La solución de la ecuación anterior es:

$$c(x) = c_0 e^{-mx} + \frac{L_d}{\Omega K} (1 - e^{-mx})$$

donde c_0 es la concentración en $x = 0$ y

$$m = \frac{\sqrt{u^2 + 4KD_l} - u}{2D_l}$$

- Utilizando la solución provista y los datos dados, determinar la concentración del contaminante al final del tramo de 20 km.
- Utilizando nuevamente la solución provista y los datos dados (incluyendo el valor calculado en el punto anterior), determinar la distancia, aguas abajo del punto desde donde desaparece el aporte, a la cual la concentración se reduce a $0,1 \text{ g/m}^3$.

Problema 1.4

El fósforo, en la forma de fosfato, es usualmente el nutriente limitante para la producción de algas en lagos. Debido a que el crecimiento descontrolado de algas no es deseable, la descarga de fósforo al ambiente debe ser minimizada. La agencia de protección ambiental de los EEUU (USEPA) recomienda un límite de $0,05 \text{ mg/l}$ de fosfato para cursos de agua que descargan en lagos de agua dulce.

Una vieja planta química acaba de clausurar sus descargas de fósforo. No obstante, aún se detectan altas concentraciones de fósforo aguas abajo. Luego de algunos relevamientos, se obtuvo la siguiente información:

- o La concentración de fosfato en el curso de agua, aguas arriba de la planta es de $0,003 \text{ mg/l}$.
- o Los sedimentos del lecho están saturados con fósforo sorbido por una distancia de 2 km aguas abajo de la planta.
- o La concentración de fosfato en ese tramo del lecho, mantenida constante por desorción, vale $0,1 \text{ mg/l}$.
- o Las condiciones de diseño para el curso de agua son profundidad $h = 2 \text{ m}$ y velocidad $u = 0,2 \text{ m/s}$.
- o El flujo másico de fosfato desde el sedimento hacia la columna de agua se calcula como

$$F = k_l (C_b - C)$$

donde C_b es la concentración en el lecho, C la concentración en la columna de agua y k_l la velocidad de transferencia de fosfato en el lecho, que está dada por ('modelo de renovación de la película')

$$k_l [m/s] = 0,002 \left(\frac{u^3}{h} \right)^{1/4}$$

- Calcular la concentración de fosfato en el curso de agua, al final de la región de sedimentos contaminados.
- Determinar la extensión a dragar si se desea que la concentración en ese punto no supere el valor límite permitido.

Fórmulas útiles

Se puede usar el modelo de aporte lateral, que en este caso se reduce a

$$C = C_0 \exp(-mx) + C_b [1 - \exp(-mx)] ; m = \frac{k_l}{uh}$$

Problema 1.5

Sobre el “Arroyo del Medio” descarga un emisario que transporta residuos cloacales. Las siguientes son las características hidráulicas del Arroyo del Medio en el tramo donde recibe al emisario:

Caudal de estiaje:	$Q_s = 36 \text{ m}^3/\text{s}$
Ancho medio:	$B_s = 30 \text{ m}$
Profundidad media:	$H_s = 2 \text{ m}$
Coefficiente de fricción:	$f_s = 0,07$

El caudal del emisario es $Q_e = 0,1 \text{ m}^3/\text{s}$ y la concentración de coli fecales se eleva a $c_e = 1,5 \times 10^7 \text{ NMP}/100 \text{ ml}$. Antes de la descarga del emisario, el Arroyo del Medio tiene una concentración de coli fecales $c_s = 100 \text{ NMP}/100 \text{ ml}$. La constante de decaimiento bacteriana en ese tramo vale $K_s = 1,5 \text{ 1/día}$.

A una distancia $L_s = 5 \text{ km}$ aguas abajo de la descarga del emisario, el Arroyo del Medio recibe como tributario al “Arroyo Partido”, que trae un caudal de estiaje $Q_a = 10 \text{ m}^3/\text{s}$ y una concentración de coli fecales $c_a = 50 \text{ NMP}/100 \text{ ml}$.

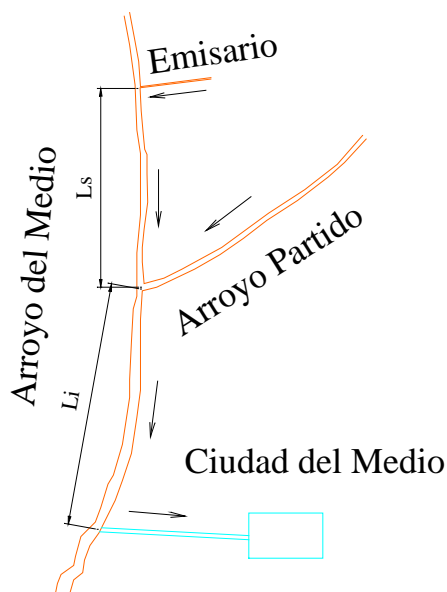
Luego de recibir al tributario, las características hidráulicas del Arroyo del Medio cambian a:

Ancho medio:	$B_i = 50 \text{ m}$
Profundidad media:	$H_i = 2 \text{ m}$
Coefficiente de fricción:	$f_i = 0,06$

mientras que la constante de decaimiento bacteriano pasa a valer $K_i = 1,1 \text{ 1/día}$.

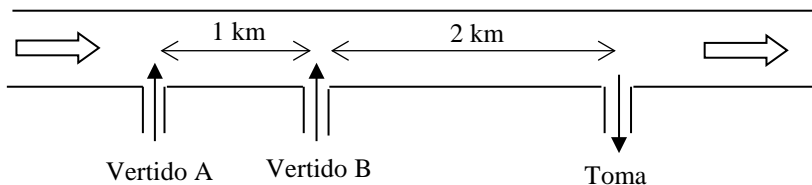
Sobre el tramo inferior del Arroyo del Medio, a una distancia $L_i = 7 \text{ km}$ de la desembocadura del Arroyo Partido, se planea construir una toma de agua para la Ciudad del Medio.

- Calcular la concentración de coli fecales en el punto donde se planea ubicar la toma de agua. Suponer que el coeficiente de dispersión longitudinal se puede calcular como $D_l = 20 H u_*$, con $u_* = f u$, siendo u la velocidad media de flujo.
- Determinar cuál debería ser la máxima concentración de coli fecales permitida en el emisario si se pretende que en el punto de toma esa concentración no supere $1000 \text{ NPM}/100 \text{ ml}$. Para simplificar (y como criterio de seguridad), despreciar la dilución producida por el aporte del Arroyo Partido.



Problema 1.6

En un tramo fluvial *no contaminado* de profundidad $H = 2$ m y ancho $B = 50$ m se realizan dos vertidos continuos de una sustancia tóxica aguas arriba de una toma para agua potable, de acuerdo al siguiente esquema:



donde las características de cada vertido son:

	A	B
c_f (mg/l)	50	1
q_f (l/s)	50	100

El proceso de transporte del contaminante en el río está descrito por la siguiente ecuación para la concentración media c de contaminante sobre la sección transversal:

$$u \frac{\partial c}{\partial x} = D_l \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - Kc$$

donde x es la coordenada longitudinal, $u = 0,40$ m/s es la velocidad de la corriente, $K=0.23$ 1/h una constante de decaimiento, y D_l el coeficiente de difusividad longitudinal, que se calcula como:

$$D_l = 10 H u^*$$

$$u^* = f u \quad (\text{velocidad de corte})$$

$$f = 0,05 \quad (\text{factor de fricción})$$

La solución de la ecuación anterior es, para cada vertido:

$$c(x) = c_0 e^{-mx}$$

donde c_0 es la concentración en el punto de vertido (considerado como $x = 0$) y

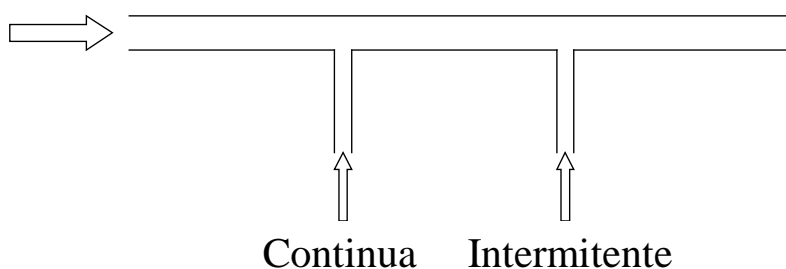
$$m = \frac{\sqrt{u^2 + 4KD_l} - u}{2D_l}$$

- a) Se desea determinar si la concentración en la toma de agua supera el nivel de toxicidad admitido, de $50 \mu\text{g/l}$. Para ello proceder de la siguiente manera:
- Determinar la concentración de sustancia en el punto de vertido A
 - Calcular la concentración justo antes del vertido B
 - Determinar la concentración de sustancia en el punto de vertido B
 - Calcular la concentración en la toma
- b) Determinar qué procesos están involucrados en el transporte y destino de la sustancia tóxica.
- c) Si las descargas se mantienen constantes en el tiempo, indicar cualitativamente bajo qué circunstancias se empeoraría la situación calculada en a).

Problema 1.7

Un canal de 2,10 m de ancho y 0,80 m de profundidad transporta un caudal de $1,2 \text{ m}^3/\text{s}$. Este canal recibe una descarga puntual continua de $0,48 \text{ m}^3/\text{s}$ de un efluente que tiene una concentración de cloruro (sustancia conservativa) de 1500 mg/l . La concentración de cloruro del flujo de base era de 30 mg/l .

A una distancia de 120 m aguas abajo de esta descarga existe otro punto de efluencia, pero se trata de descargas intermitentes de muy corta duración que contienen un máximo de 120 kg de cloruro.



A 900 m aguas abajo de la segunda descarga se debe efectuar una extracción de agua para un uso que requiere que la concentración de cloruro no supere nunca un valor de 1000 mg/l . Verificar si se cumple esta condición.

<u>Datos adicionales:</u>	Coefficiente de dispersión longitudinal	$e_L = 35$
	Coefficiente de fricción	$f = 0,06$ ($u_* = fU$)

Problema 1.8

Un emisario descarga sobre la margen derecha en un curso de agua de ancho $B = 50$ m y profundidad $H = 3$ m que escurre con velocidad $v = 0,50$ m/s. Se desea determinar la distancia, desde el punto de vertido, a partir de la cual el problema del transporte de contaminantes puede ser considerado como unidimensional, que se denominará *distancia de mezcla transversal*, bajo la hipótesis de que la mezcla vertical es instantánea.

Para ello se utilizará el siguiente criterio:

La distribución espacio-temporal de concentración c de un contaminante conservativo introducido como pulso instantáneo puntual de masa M en el punto de coordenadas $(x, y) = (0, 0)$, en un medio infinito, es

$$c(x, y, t) = \frac{M}{H4\pi t\sqrt{D_L D_T}} \exp\left[-\frac{(x - vt)^2}{4D_L t} - \frac{y^2}{4D_T t}\right]$$

donde D_L y D_T son las dispersividades longitudinal y transversal, respectivamente, las cuales se calcularán como

$$\begin{aligned} D_L &= 10 H u_* \\ D_T &= 0,25 H u_* \\ u_* &= f v \quad (\text{velocidad de corte}) \\ f &= 0,06 \quad (\text{factor de fricción}) \end{aligned}$$

Se considerará que la mezcla transversal en el problema original del emisario es total cuando la concentración, en el problema del medio infinito, que alcanza para $y = B$ (margen izquierda del problema original) es n veces menor que la correspondiente a $y = 0$ (margen derecha del problema original) para la sección x_L que viaja con el pico del pulso. En términos matemáticos:

$$c(x_L, B, \tau) = \frac{c(x_L, 0, \tau)}{n}$$

donde $\tau = x_L/v$. Obtener x_L (distancia de mezcla transversal) para los siguientes valores de n : 2, 3, 4, 5.

Problema 1.9

Sobre la margen derecha de un curso de agua de 20 m de ancho y 3 m de profundidad h , que tiene una corriente $u = 0,30$ m/s, se produce una descarga puntual $q_f = 0,10$ m³/s de agua contaminada con una sustancia cuya concentración es $c_f = 100$ mg/l. Se desea saber cuál será la concentración c a 100 m aguas abajo del punto de descarga, sobre la misma orilla. Para ello se calculará la respuesta que dan un modelo unidimensional y otro bidimensional, despreciando en ambos la difusión-dispersión longitudinal. El modelo unidimensional es, entonces, (el eje x corre longitudinalmente al curso y su origen es en la fuente puntual):

$$c(x) = c_0 e^{-\frac{Kx}{u}}$$

donde c_0 es la concentración luego de la dilución inicial y K la constante de decaimiento del contaminante, que vale 0,10 1/hora. Por su parte, el modelo bidimensional es el correspondiente a un canal infinitamente ancho (y es la coordenada transversal, con origen en la margen derecha):

$$c(x, y) = \frac{q_f c_f}{h \sqrt{\pi u D_T x}} \exp \left[-\frac{uy^2}{4D_T x} - \frac{Kx}{u} \right]$$

donde D_T es la difusividad transversal, que se calcula como

$$D_T = 0,25 h u_* ; \quad u_* = f u \quad (\text{velocidad de corte})$$

siendo $f = 0,065$ el factor de fricción.

¿Cuál de las dos respuestas es más confiable?

Problema 1.10

Se desea determinar el coeficiente de dispersión longitudinal (e_L) de un curso de agua. Para ello se arroja una masa de 1000 kg en una margen y se comienza a medir la concentración a una distancia de 145 m aguas abajo, sobre la misma margen, obteniéndose los siguientes valores:

Tiempo (minutos)	Concentración (g/m ³)	Tiempo (minutos)	Concentración (g/m ³)
1	0.0	8	55.2
2	2.5	9	34.8
3	34.1	10	22.9
4	74.2	11	15.2
5	101.2	12	7.9
6	95.1	13	4.5
7	73.4	14	3.3

El tramo del río tiene una profundidad media de 4.2 m y una corriente media de 0.4 m/s. El factor de fricción (f) del tramo se ha estimado en 0.055, mientras que para el coeficiente de difusión lateral (e_T) se ha tomado 0.8, de acuerdo a bibliografía.

- Estimar e_L .
- Representar gráficamente los puntos medidos y la curva que surge de utilizar el valor estimado de e_L .

Modelo de cálculo:

$$C(x, y, t) = \frac{M}{4\pi t h \sqrt{D_L D_T}} \exp \left[-\frac{(x-ut)^2}{4D_L t} - \frac{y^2}{4D_T t} \right]$$

$$D_L = e_L h u^* \quad D_T = e_T h u^* \quad u^* = f u$$

Problema 1.11

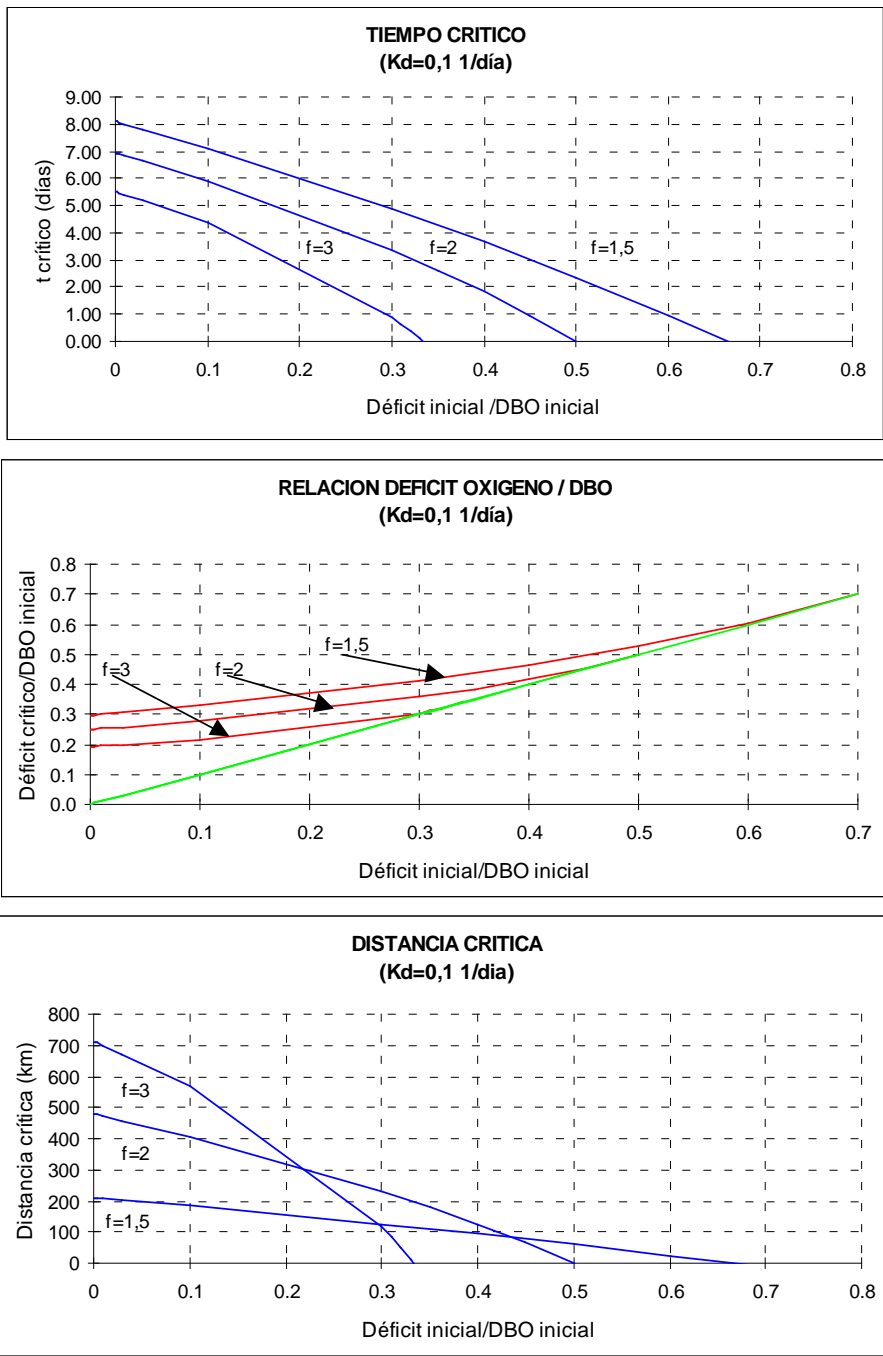
Sobre un arroyo de 20 m de ancho y 2 m de profundidad que transporta un caudal de agua de 10 m³/s se efectúa un vertido continuo de agua residual de 0,10 m³/s. La concentración de oxígeno disuelto en el agua residual es de 0,5 mg/l y la DBO de 150 mg/l. Los valores correspondientes del arroyo, antes del vertido, son de 8,9 y 5 mg/l, respectivamente. Se estima que la constante de biodegradación es de 0,06 1/día mientras que la de reaireación vale 0,30 1/día. Determinar la ubicación donde se producen las condiciones críticas de calidad del agua, y la concentración de oxígeno disuelto en ese punto. Suponer que la concentración de saturación del oxígeno es de 10 mg/l.

Fórmulas útiles:

$$x_{crit} = \frac{U}{\kappa_a - \kappa_d} \ln \left\{ \frac{\kappa_a}{\kappa_d} \left[1 - \frac{DO_o(\kappa_a - \kappa_d)}{DBO_o \kappa_d} \right] \right\} \quad DO_{crit} = \frac{\kappa_a}{\kappa_d} DO_o e^{-\kappa_d \frac{x_{crit}}{U}}$$

Problema 1.12

En un curso de agua con caudal $Q = 20 \text{ m}^3/\text{s}$ y con una concentración de oxígeno disuelto $c_{Ob} = 6 \text{ mg/l}$ y una DBO $c_{db} = 10 \text{ mg/l}$, descarga un emisario con un caudal $q = 0,3 \text{ m}^3/\text{s}$, una concentración de oxígeno disuelto $c_{Os} = 0,2 \text{ mg/l}$ y una DBO $c_{ds} = 100 \text{ mg/l}$. Suponiendo que la tasa de descomposición bioquímica vale $K_1 = 0,1 \text{ 1/día}$ y la de reaireación $K_2 = 0,18 \text{ 1/día}$, y que la concentración de saturación del oxígeno disuelto es 10 mg/l (valor para 20°C y salinidad nula), estimar, suponiendo válida la ecuación de depresión del oxígeno (utilizar los gráficos adjuntos), cuál es la concentración mínima de oxígeno que se producirá en el curso de agua y a qué distancia ocurre respecto del punto de descarga del efluente.



Problema 1.13

Una industria debe instalar una planta de tratamiento para residuos orgánicos. El caudal de descarga será de 20 l/s y el vertido se podría realizar en alguno de dos arroyos próximos, A y B, cuyas características hidráulicas medias se muestran en la tabla. Considerando como parámetro de calidad la DBO, se sabe que la máxima concentración se obtendrá en el punto de vertido, siendo las concentraciones de base de los arroyos las indicadas en la tabla. La normativa local vigente requiere que la DBO no supere los 10 mg/l.

- Suponiendo que el costo de operación de la planta es proporcional a la reducción de concentración de DBO entre su entrada y su salida, determinar en cuál arroyo resulta económicamente más conveniente realizar el vertido.
- Describir cualitativamente (en dos gráficos) la evolución de la DBO y el OD aguas abajo del tramo de arroyo analizado.
- Indicar, tanto para la DBO como para el OD, qué mecanismos se tienen en cuenta para que la evolución del sistema sea la descrita en b).

	Arroyo A	Arroyo B
Coefficiente de Manning n ($s/m^{1/3}$)	0,1	0,065
Pendiente I_0 (cm/km)	3	5
Profundidad H (m)	1	1,5
Ancho B (m)	20	10
Concentración de base c_b (mg/l)	6	5

Problema 1.14

En un curso de agua de 500 m de ancho y caudal medio de $3000 \text{ m}^3/\text{s}$ se produce, en una de sus márgenes, la descarga puntual de un contaminante que tiene un constante de decaimiento de $0,033 \text{ 1/día}$. El caudal de descarga es de $0,5 \text{ m}^3/\text{s}$ y la concentración del contaminante en el efluente es de 100 mg/l . Se desea que la Zona de Uso Limitado no exceda una franja de 50 m adyacente a la costa. La concentración límite admisible para ese contaminante es de $0,1 \text{ mg/l}$.

La velocidad de la corriente es de $0,7 \text{ m/s}$ y el coeficiente de difusión lateral vale $\beta = 8 \times 10^{-4}$.

Determinar, utilizando el ábaco, si el vertido cumple con la condición. En caso contrario, calcular la concentración a la cual habría que reducir el efluente. Suponer que el flujo se distribuye uniformemente en el ancho (entonces, p_L es directamente la distancia relativa al ancho)

Fórmulas útiles:

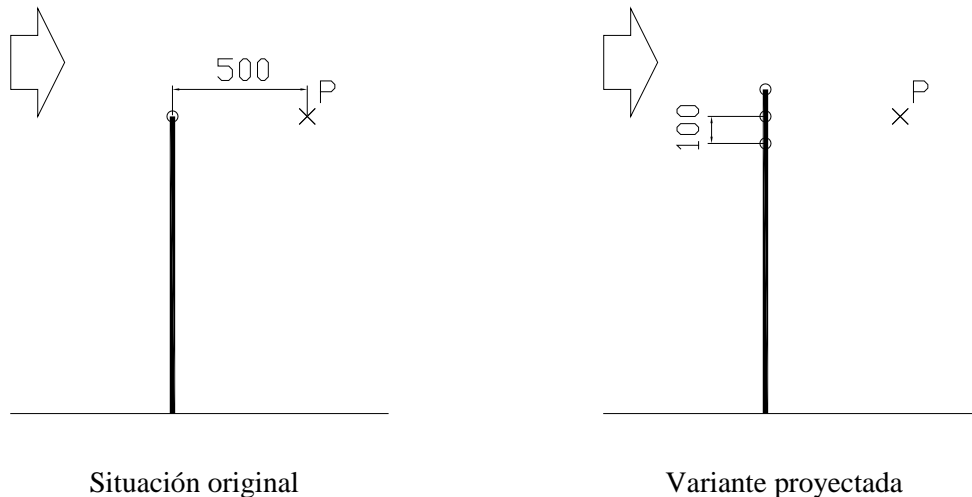
$$E_L \equiv \frac{BK}{\beta u}; \quad C_r \equiv \frac{C}{C_a}, \quad C_a = \frac{q_f C_f}{Q}$$

Problema 1.15

Alejado de la costa, donde la corriente es de $0,5 \text{ m/s}$ y la profundidad 20 m, se produce la descarga de un emisario subacuático. Este transporta un caudal líquido de $2,5 \text{ m}^3/\text{s}$ de un efluente que tiene una concentración de 2800 mg/l de un contaminante cuya constante de decaimiento vale $0,05 \text{ 1/día}$. Se acepta una zona de mezcla de 500 m de extensión. La concentración que se produce a esa distancia aguas abajo del punto de descarga, sobre el eje longitudinal de la pluma, no resulta aceptable. Entonces se propone efectuar la descarga a través de 3 bocas de salida, cada una descargando la misma fracción de caudal, separadas 100 m entre sí, tal como se muestra en la figura. La concentración objetivo es de 5 mg/l .

- Determinar la concentración a 500 m aguas abajo del punto de descarga, sobre el eje longitudinal de la pluma (punto P de la figura), para la situación original. Verificar que no cumple el criterio de calidad.

- b) Determinar la concentración en el mismo punto para la variante proyectada. Verificar si cumple con el criterio de calidad. En caso negativo, determinar cuántos difusores adicionales se necesitarían.



Fórmulas útiles:

$$C(x, y) = \frac{C_f q_f}{h \sqrt{\pi u D_T x}} \exp \left[-\frac{y^2 u}{4 D_T x} - \kappa \frac{x}{u} \right]$$

$$D_T = 0,25 h u^*; \quad u^* = f u; \quad f = 0,06$$

Problema 1.16

Se efectúa una descarga desde un emisario en un curso de agua muy ancho, que tiene una profundidad de 3 m y una velocidad de la corriente de 0,7 m/s. El punto de descarga se encuentra a 20 metros de la margen. El caudal vertido es de 2,1 m³/s y la DBO del efluente vale 200 mg/l. Se desea determinar el impacto que esa descarga produce sobre la margen.

Se han estimado los siguientes valores: factor de fricción = 0,055 y coeficiente de difusión lateral adimensional = 1,5. Puede ignorarse el decaimiento de la DBO, porque la escala de tiempo para que el efecto de la descarga se sienta sobre la margen es corta en relación a la escala de tiempo de biodegradación.



- Determinar el valor de DBO sobre la margen en puntos espaciados cada 200 m, a partir de un punto localizado 200 m aguas abajo de la sección de descarga, hasta alcanzar la máxima concentración.
- ¿Qué porcentaje de reducción de la DBO en el efluente debería efectuarse (mediante tratamiento) de modo que la máxima concentración sobre la margen no supere 5 mg/l?

Fórmulas útiles:

$$C(x, y) = \frac{C_f q_f}{h \sqrt{\pi u D_T x}} \exp \left[-\frac{(y - y_s)^2 u}{4 D_T x} - \kappa \frac{x}{u} \right]$$

para descarga en $x = 0, y = y_s$;

$$D_T = e_T h u^*; u^* = f u$$

Problema 1.17

Un arroyo transporta un caudal de agua de $11 \text{ m}^3/\text{s}$. Su ancho es de 25 m y su profundidad media de $1,8 \text{ m}$. En una sección recibe un vertido continuo de agua residual de $1,8 \text{ m}^3/\text{s}$, con una concentración de oxígeno disuelto (OD) de $0,8 \text{ mg/l}$ y una DBO de 120 mg/l . Antes del vertido, las concentraciones de base del arroyo son de $8,5$ y $7,3 \text{ mg/l}$, respectivamente. Los valores estimados para las constantes de biodegradación y de reaeración son de $0,19 \text{ 1/día}$ y $0,32 \text{ 1/día}$, respectivamente.

A 25 km aguas abajo del vertido se desarrollan actividades recreativas sin contacto directo. Los límites de concentración aceptados para llevar a cabo estas actividades son $\text{OD} > 4 \text{ mg/l}$ y $\text{DBO} < 10 \text{ mg/l}$. Determinar si se verifican o no las condiciones para ese uso recreativo. Suponer que la concentración de saturación del oxígeno es de $9,5 \text{ mg/l}$.

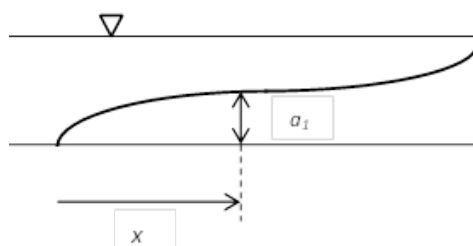
Fórmulas útiles:

$$C_0 = \frac{C_e Q_e + Q_b C_b}{Q_e + Q_b} ; \text{DBO} = \text{DBO}_o e^{-\kappa_d x/U} ;$$

$$\text{DO} = \frac{\kappa_a}{\kappa_a - \kappa_d} \text{DBO}_o (e^{-\kappa_d x/U} - e^{-\kappa_a x/U}) + \text{DO}_o e^{-\kappa_a x/U}$$

Problema 1.18

Se ha diseñado una toma de agua en un estuario donde se desarrolla una cuña salina, con su boca a una altura de 2 m respecto del fondo. Se debe verificar que la altura de la boca es suficiente de modo de captar sólo agua dulce, es decir, que la cuña salina se desarrolla por debajo de esa boca. El punto de toma se encuentra a una distancia de 950 m del pie de la cuña salina. La altura de agua media del estuario, h , es de 6 m . La densidad del agua salada es de 1030 kg/m^3 (es decir, 30 kg/m^3 más densa que el agua dulce). El caudal medio específico (por unidad de ancho), q_e , de la corriente de deriva hacia el océano es de $0,24 \text{ m}^2/\text{s}$. El coeficiente de fricción entre las capas dulce y salada, f_i , se ha estimado en $0,018$. Verificar que se cumple dicha condición.

**Fórmulas útiles:**

$$x(a_1) = \frac{2h}{f_i} \left\{ \frac{1}{5Fr_1^2} - 2 + 3Fr_1^{2/3} \left(1 - \frac{2}{5} Fr_1^{2/3} \right) \right\}; \quad Fr_1 = u_1 / \sqrt{(g'h)}; \quad u_1 \equiv q_e / a_1; \quad g' = (\Delta\rho / \rho) g$$

Problema 1.19

Un arroyo transporta un caudal de agua de 11 m³/s. Su ancho es de 25 m, su profundidad media (h) de 1,8 m y el factor de fricción (f) de 0,06. En una sección recibe un vertido continuo de agua residual de 1,9 m³/s, que contiene un contaminante que viaja en fase particulada con una concentración de 3500 mg/l, el cual no estaba presente en el arroyo. Durante su transporte a lo largo del arroyo se produce la sedimentación de la fase particulada (con el contaminante sorbido), con una velocidad de sedimentación (w_s) de 0,4 mm/s. La ecuación que describe el proceso es

$$U \frac{\partial C}{\partial x} = D_L \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \kappa C$$

donde $C(x)$ es la concentración del contaminante a lo largo del curso de agua, y $\kappa \equiv w_s / h$. Esto produce una acumulación de sustancia contaminante en el lecho del arroyo, cuya concentración másica vale C/ρ_s , siendo ρ_s la densidad de masa de las partículas, que se considera igual a 2650 kg/m³. Determinar la distancia a la cual la concentración másica de contaminante en el sedimento cae por debajo de 0,05 g sustancia/kg sedimento, considerado un valor límite admisible para uso recreativo.

Fórmulas útiles:

$D_L = 10 h u^*$; $u^* = fU$ (velocidad de corte)

$$C_0 = \frac{C_d q + C_b Q}{Q + q}; \quad C(x) = C_0 e^{-mx}; \quad m = \frac{\sqrt{U^2 + 4\kappa D_L} - U}{2D_L}$$

Problema 1.20

Se efectúa una descarga desde un emisario en un curso de agua muy ancho, que tiene una profundidad de 3 m y una velocidad de la corriente de 0,7 m/s. El punto de descarga se encuentra a 20 metros de la margen. El caudal vertido es de 2,1 m³/s y la DBO del efluente vale 200 mg/l. Se desea determinar el impacto que esa descarga produce sobre la margen.

Se han estimado los siguientes valores: factor de fricción = 0,055 y coeficiente de difusión lateral adimensional = 1,5. Puede ignorarse el decaimiento de la DBO, porque la escala de tiempo para que el efecto de la descarga se sienta sobre la margen es corta en relación a la escala de tiempo de biodegradación.



- Determinar el valor de DBO sobre la margen en puntos espaciados cada 200 m, a partir de un punto localizado 200 m aguas abajo de la sección de descarga, hasta alcanzar la máxima concentración.
- ¿Qué porcentaje de reducción de la DBO en el efluente debería efectuarse (mediante tratamiento) de modo que la máxima concentración sobre la margen no supere 5 mg/l?

Fórmulas útiles:

$$C(x, y) = \frac{C_f q_f}{h \sqrt{\pi u D_T x}} \exp \left[-\frac{(y - y_s)^2 u}{4 D_T x} - \kappa \frac{x}{u} \right] \text{ para descarga en } x = 0, y = y_s; D_T = e_T h u^*; u^* = f u$$

2. LAGOS Y RESERVORIOS

Problema 2.1

Plantear la ecuación de balance de masa para una sustancia presente en un lago de volumen V [m^3] y con un espejo de agua de área A [m^2] y perímetro P [m], suponiendo que el proceso de mezcla es instantáneo y total. La concentración de la sustancia en el lago se denomina c [g/m^3], de modo que la masa vale cV . La variación de esta masa por unidad de tiempo, $d(cV)/dt$, se planteará en términos de los siguientes procesos:

- i) Entrada de agua con caudal Q_i [m^3/s] y concentración c_i [g/m^3].
- ii) Salida de agua con caudal Q_s [m^3/s].
- iii) Generación interna de sustancia a través de una reacción de primer orden, con una tasa de generación K_g , que es la masa generada por unidad de volumen y de tiempo dividida por la concentración [$1/\text{seg}$].
- iv) Pérdida interna de sustancia a través de una reacción de segundo orden, con una tasa de pérdida K_p , que es la masa perdida por unidad de volumen y de tiempo dividida por el cuadrado de la concentración [$\text{m}^3/(\text{g seg})$].
- v) Aporte distribuido a lo largo de la costa del lago, con una tasa media L_d [$\text{g}/(\text{m seg})$].

Nota: Chequear la consistencia en las dimensiones de cada uno de los términos.

Problema 2.2

El balance medio anual de la concentración P de fósforo en un lago puede expresarse mediante el siguiente modelo aproximado:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{1}{V}(Q_e P_e - Q_s P) - \frac{K}{H} P$$

donde V es el volumen del lago, H su profundidad media, Q_e el caudal medio entrante, Q_s el caudal medio saliente, P_e la concentración media de fósforo en el flujo entrante y K la tasa media de sedimentación por unidad de área. Si se supone que los valores de los parámetros son constantes, la solución de la ecuación anterior es

$$P(t) = P_0 e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{Q_e P_e \tau}{V} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

donde P_0 es la concentración inicial y

$$\tau = \frac{V}{Q_s + \frac{K}{H} V}$$

El lago cubre un área $A = 785.000 \text{ m}^2$ y su profundidad media vale $H = 20 \text{ m}$. Los caudales de entrada y salida son iguales, $Q_e = Q_s = 5 \text{ m}^3/\text{s}$. La tasa de sedimentación es $K = 0,4 \text{ mm/s}$.

- Calcular la concentración asintótica de fósforo, relativa a la concentración del flujo entrante. Estimar el tiempo al cual se alcanza, en la práctica, ese valor asintótico (“tiempo al equilibrio”).
- Calcular en cuanto varía porcentualmente el tiempo al equilibrio si el área del lago aumenta al doble o si disminuye a la mitad, manteniéndose los otros parámetros invariantes.

Problema 2.3

Bajo la acción de ciertos procesos la ecuación de balance de masa para una sustancia presente en un pequeño lago de volumen $V=240000 \text{ m}^3$ y perímetro $P=1600 \text{ m}$, suponiendo que el proceso de mezcla es instantáneo y total, es:

$$\frac{dC}{dt} = \frac{1}{V} (Q_i c_i - Q_s c) + K_g c - K_p c^2 + \frac{L_d P}{V}$$

donde

c = concentración de la sustancia en el lago [g/m^3]

Q_i = $36000 \text{ m}^3/\text{d}$, caudal de agua de entrada

c_i = $10 \text{ g}/\text{m}^3$, concentración de la sustancia a la entrada

Q_s = $36000 \text{ m}^3/\text{d}$, caudal de agua de salida

K_g = 0.2 1/d , tasa de generación interna de sustancia

K_p = $0.01 \text{ m}^3/(\text{g d})$, tasa de pérdida interna de sustancia

L_d = $100 \text{ g}/(\text{m d})$, tasa media de aporte distribuido a lo largo de la costa del lago

La ecuación de balance es no lineal, y para resolverla se utilizará el siguiente método numérico de diferencias finitas:

$$c_{n+1} = \alpha \Delta t + (1 + \beta \Delta t) c_n - \gamma \Delta t c_n^2 \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$c_0 = c(t = 0)$$

donde

$$\alpha = \frac{1}{V} (Q_i c_i + L_d P) \quad \beta = K_g - \frac{Q_s}{V} \quad \gamma = K_p \quad t = n \Delta t$$

- Calcular la evolución de la concentración de sustancia en el lago, para la condición inicial $c(t=0)=10 \text{ g}/\text{m}^3$ y un paso de cálculo $\Delta t=1 \text{ día}$, durante un tiempo total de 10 días.
- Graficar la solución obtenida
- Estimar la concentración de equilibrio.
- A partir de los resultados, estimar la escala de tiempo del problema

Problema 2.4

En una pileta de natación de 50 m de largo, 15 m de ancho y 2 m de profundidad media se detecta la presencia de un contaminante disuelto en el agua. Para bajar su concentración a niveles aceptables se plantea diluirlo introduciendo una cierta cantidad de agua limpia, extrayendo una cantidad igual de modo de mantener el mismo nivel de agua en la pileta. Se

dispone de una capacidad de bombeo de 190 l/s ($0,19 \text{ m}^3/\text{s}$). Se quiere saber cuánto tiempo se debe bombear para lograr que la concentración del contaminante baje al 10% de su valor inicial.

Este problema puede plantearse a partir de las siguientes ecuaciones de balance de masa de agua y del contaminante, respectivamente:

$$\frac{dV}{dt} = Q_e - Q_s$$

$$\frac{dc}{dt} = \frac{1}{V}(Q_e c_e - Q_s c)$$

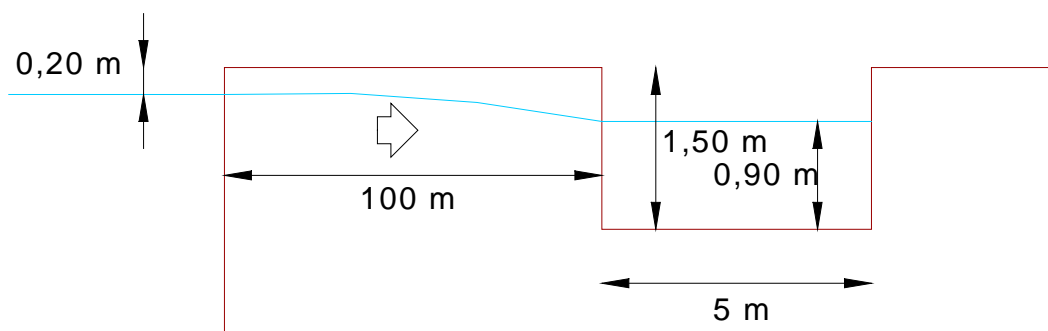
donde c es la concentración del contaminante en la pileta, c_e la concentración del contaminante en el agua ingresante, V el volumen de la pileta y Q_e y Q_s los caudales de entrada y de salida, respectivamente. Con los dos caudales constantes en el tiempo e iguales entre sí, la primera ecuación muestra que el volumen también permanece constante en el tiempo. Además, como la concentración de entrada también es constante, la solución a la segunda ecuación es

$$c(t) = c_e + c_o e^{-\frac{Q_e t}{V}}$$

donde c_o es la concentración inicial en la pileta.

Problema 2.5

Se construye una pileta de 10 m de largo, 5 m de ancho y 1,5 m de profundidad en un terreno de porosidad $n = 0,35$ y conductividad hidráulica $k = 10 \text{ m/día}$. A 100 m de distancia, y paralelo al largo de la pileta, se desarrolla un gran reservorio, cuyo nivel está a 0,20 m por debajo del nivel del terreno.

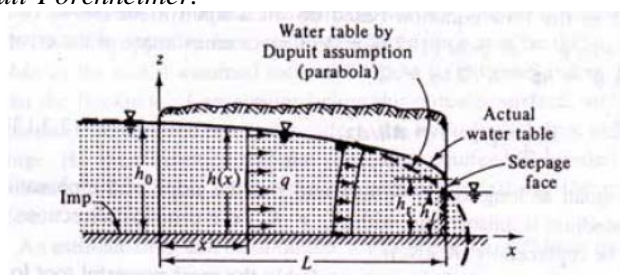


Se detecta que las aguas de este reservorio están contaminadas con una sustancia tóxica, con una concentración de 10 mg/l. La constante de decaimiento de la sustancia vale $\kappa = 0,015 \text{ 1/día}$. Dado que la pileta opera con una profundidad de agua de 0,90 m, se sabe que hay una infiltración de agua desde el reservorio hacia la pileta. Se debe, entonces, calcular si el agua de la pileta alcanzará la concentración considerada peligrosa, de 0,005 mg/l. Para ello proceder de acuerdo a los siguientes pasos:

- a) Determinar el caudal de agua infiltrado desde el reservorio hacia la pileta en $\text{m}^3/\text{día}$. Para ello puede utilizar la fórmula de Dupuit-Forchheimer, presentada más abajo, donde q es el caudal por unidad de longitud y los otros símbolos se explican en la figura adjunta.
- b) Determinar la concentración de la sustancia que llega al borde de la pileta. Para ello puede utilizar la solución unidimensional para el decaimiento de la concentración con la distancia presentada más abajo, donde hay que interpretar que U es la velocidad de filtración, donde el coeficiente de difusión longitudinal se calcula como $D_l = \alpha U$, con $\alpha = 10 \text{ m}$, y donde el aporte lateral L es nulo. Dado que la velocidad de filtración varía con la distancia (porque varía la profundidad de la tabla de agua), se sugiere tomar un valor medio pesado entre los correspondientes al inicio U_o (superficie de contacto con el reservorio) y al final U_l (superficie de contacto con la pileta), de acuerdo a $U = (2 U_o + U_l)/3$, de modo de tener en cuenta que el perfil de la tabla de agua no es lineal.
- c) Determinar el tiempo que tarda el agua de la pileta en alcanzar una concentración peligrosa, arrancando de una situación sin contaminación. Para ello puede utilizar la solución para la mezcla completa en un lago, presentada más abajo, donde se debe interpretar que Q es el caudal ingresante a la pileta por filtración, C_b la concentración de la sustancia en esa agua de filtración, V el volumen de agua de la pileta, K la tasa de sedimentación (considerada nula en este problema) y C_a la concentración inicial de la sustancia en la pileta.

Fórmulas útiles:

- *Fórmula de Dupuit-Forchheimer:*



$$q = \kappa \frac{h_0^2 - h_1^2}{2L}$$

- *Solución unidimensional para el decaimiento de la concentración con la distancia.*

$$C = C_0 \exp[-mx] + \frac{L}{Bh\kappa} [1 - \exp[mx]]$$

$$m = \frac{\sqrt{U^2 + 4\kappa D_L} - U}{2D_L}$$

- *Solución para la mezcla completa de un lago.*

$$C(t) = C_a e^{-\left(\frac{Q}{V} + K\right)t} + \frac{QC_b}{Q + KV} \left[1 - e^{-\left(\frac{Q}{V} + K\right)t} \right]$$

Problema 2.6

Se debe efectuar un análisis de la calidad el agua de un reservorio que tiene una longitud de 3,22 km, un ancho medio de 805 m y una profundidad media de 20 m. En el reservorio descarga un arroyo cuyo caudal medio es de 1,42 m³/s y cuya concentración media anual de fósforo total es de 1,0 mg/l.

- a) Determinar la concentración media de fósforo total P en el reservorio, suponiendo condiciones de equilibrio. Tener en cuenta que, de la ecuación para la evolución temporal de la concentración media de fósforo total

$$\frac{dP}{dt} = \frac{1}{V} (Q_e P_e - Q_s P) - \kappa P$$

donde V es el volumen del reservorio, Q_e el caudal ingresante, Q_s el caudal saliente, P_e la concentración de fósforo total del tributario y κ la tasa neta de sedimentación, surge que la concentración de equilibrio del reservorio es

$$P = \frac{Q_e P_e}{V(D + \kappa)}$$

donde $D \equiv Q_e/V$ es la denominada tasa de dilución y donde se ha utilizado que $Q_s = Q_e$ para que pueda haber equilibrio. Para estimar la tasa neta de sedimentación utilizar la relación

$$\kappa = \sqrt{D}$$

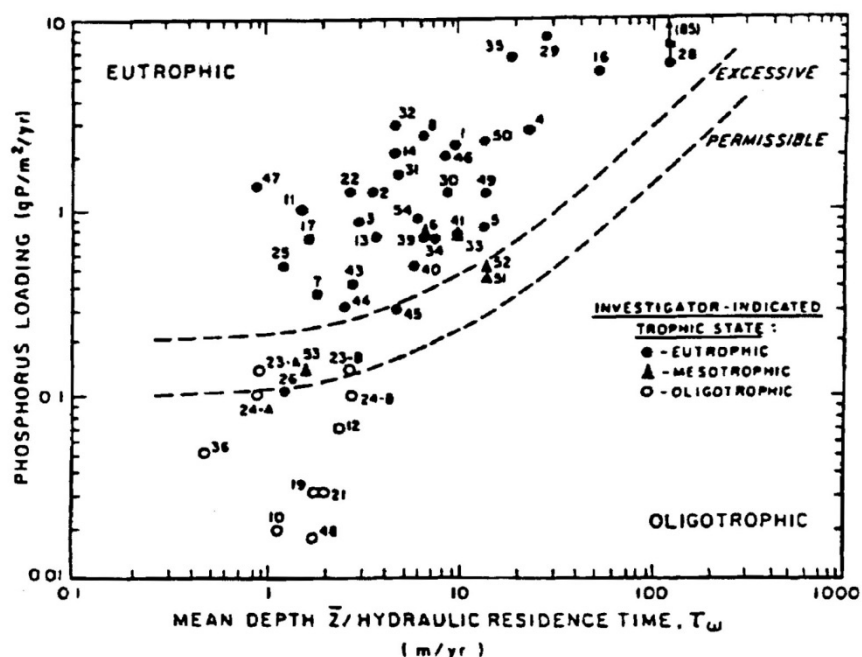
donde κ resulta en unidades de 1/día si D está expresada en unidades de 1/día.

- b) Verificar que el lago es eutrófico utilizando la figura que se presenta más abajo (suponiendo que el fósforo es el nutriente limitante). En ella, el eje de las abscisas es la relación entre la profundidad media del lago y el tiempo de residencia $\tau_w \equiv V/Q_e$ (nótese que $\tau_w = 1/D$) expresada en m/año, mientras que el eje de las ordenadas es la carga de fósforo L_P por unidad de área del lago y por unidad de tiempo expresada en g/m²/año (es decir, $L_P = Q_e P_e/A$, donde A es el área de la superficie del lago).
- c) La eutroficación conduce a pulsos anuales de crecimiento algal. La biomasa algal, que mide la productividad primaria del lago, correlaciona con la masa de clorofila-a en la columna de agua (ya que este elemento sólo está presente en la columna a través del fitoplancton). Específicamente, las algas secas contienen aproximadamente el 3% de clorofila-a. Estimar la concentración pico de biomasa algal seca en el reservorio, sabiendo que el pico anual de concentración de clorofila-a C_{ap} correlaciona con la concentración media de fósforo a través de la relación

$$C_{ap} = 0,58 P^{1,07}$$

donde ambas concentraciones se expresan en mg/l.

- d) ¿A cuánto habría que disminuir la concentración de fósforo del arroyo para lograr condiciones oligotróficas?



Problema 2.7

Se desea diseñar un reservorio cuya función sea la de filtrar parcialmente el fósforo total transportado por la escorrentía que se desarrolla sobre una zona urbana. Se dispone de la siguiente información:

- El área de la zona urbanizada es de 50 km^2 , de los cuales el 70% es impermeable.
- La precipitación media anual en la zona es de 800 mm, la evapotranspiración media anual se ha estimado en 20 mm/mes.
- En base al análisis de las características de la urbanización, se ha estimado que la concentración media anual de fósforo total transportado por la escorrentía es de 0,50 mg/l.
- Para el tipo de material particulado al cual el fósforo total viaja adsorbido, se ha estimado una tasa de sedimentación de 30 cm/año.
 - a) Determinar la carga anual de fósforo total transportado hasta la salida de la urbanización.
 - b) Determinar qué porcentaje de la precipitación caída sobre la cuenca de drenaje infiltra.
 - c) Determinar cuál debería ser la superficie de ese reservorio para que la concentración de fósforo total a la salida sea de 0.30 mg/l. ¿La considera como una dimensión razonable como para recomendar su construcción?

Modelos de cálculo:

La carga L exportada desde una cuenca de drenaje puede calcularse como:

$$L = Q C \qquad Q = I I_f R_v A_c$$

donde Q = caudal medio; C = concentración media del contaminante en la escorrentía; I = altura de precipitación sobre el período de tiempo considerado; I_j = factor de corrección de precipitación (tomarlo igual a 0,9); A_c = área de la cuenca; R_v = coeficiente de escorrentía, que se relaciona con el porcentaje de área impermeable X a través de la expresión:

$$R_v = 0.05 + 0.009 X$$

El balance de agua vertical a largo plazo se expresa como

$$I_{esc} = I_{ev} - I - I_{inf}$$

donde I_{ev} = evapotranspiración; I_{inf} = infiltración; I_{esc} = remanente para escorrentía.

La concentración C_s a la salida de un reservorio para condiciones medias (independientes del tiempo) se obtiene como

$$C_s = \frac{L}{Q + KA_T}$$

donde L = carga ingresante; Q = caudal saliente; K = tasa de sedimentación; A_T = área del reservorio.

Problema 2.8

Se desea evaluar el estado trófico de un lago de 15 km² de área superficial. Este recibe aportes de nutrientes desde la cuenca que hacia él drena, la cual está constituida por 2820 km² de zona rural de uso agrícola y 7,2 km² de zona urbana. Del lago nace un curso de agua, que tiene un caudal medio anual, Q , de 5 m³/s.

El criterio de estado trófico se basará en determinar la concentración de equilibrio de clorofila-a, [Cl-a], de acuerdo a cuyo valor se tendrá (criterio para lagos templados):

- [Cl-a] < 2,7 µg/l: oligotrófico
- 2,7 < [Cl-a] < 9 µg/l: mesotrófico
- [Cl-a] > 9 µg/l: eutrófico

Esta concentración se determinará a partir de la concentración de fósforo total, [PT], mediante la siguiente fórmula de correlación:

$$[Cl - a] = 0,58[PT]^{1,07}$$

Para calcular [PT] se utilizarán las tasas de exportación siguientes:

- Area rural de uso agrícola: 1,2 kg/ha/año
- Area urbana: 2,2 kg/ha/año

Se considerará que el 55% del PT es transportado en fase sólida, y que la velocidad media de decantación de sólidos, w_s , es de 0,02 mm/s.

La ecuación de balance de masa para el equilibrio es la siguiente:

$$L = (Q + K_p w_s A)[PT]$$

donde L es la carga marginal total (masa por unidad de tiempo), A el área del lago y K_p la fracción particulada del PT (coeficiente entre 0 y 1).

Problema 2.9

Se tiene una cuenca de 980 km², cuya escorrentía aporta a un lago de 25 km² y 40 m de profundidad media. Durante el verano (que dura 3 meses) el lago se estratifica; el volumen del epilimnio representa el 20% del volumen total del lago, mientras que la profundidad de la termoclina constituye el 30% de la profundidad media del lago. La tasa media de exportación de fósforo desde la cuenca hacia el lago es de 0,5 kg/ha/año. La presencia de la termoclina impide tanto que llegue el aporte estival de fósforo al hipolimnio como que se produzca sedimentación durante ese período. En cambio, durante el resto del año la tasa media de sedimentación (K) es de 30 cm/año. El lago es descargado por un arroyo, cuyo caudal medio (Q_s) es de 0,6 m³/s durante el verano, y de 0,5 m³/s el resto del año.

- Calcular la carga de fósforo media (L_e) en kg/día.
- Determinar las constantes de tiempo del epilimnio en el verano y del lago en el resto del tiempo, en años.
- Determinar las concentraciones de fósforo de equilibrio (es decir, las que se obtendrían a tiempos largos si persistieran las condiciones de aporte) para el verano y para el resto del año en mg/l.
- Suponer como condición inicial que se parte de la concentración de equilibrio del resto del año. Determinar la concentración del epilimnio al final del verano. Luego calcular la concentración del lago cuando se produce el vuelco (mezcla de epilimnio e hipolimnio) al final del verano. Finalmente, determinar la concentración del lago al comienzo del próximo verano.

Información útil:

$$P(t) = P_0 e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{L_e \tau}{V} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right); \quad \tau = \frac{V}{Q_s + \frac{K}{H} V}$$

Para obtener la concentración luego del vuelco, aplicar conservación de la masa de fósforo entre antes y después del vuelco

Problema 2.10

La ciudad de Sausales está localizada a la vera del río Sausales, 5,5 km aguas abajo del Lago Sausales, que es quien alimenta al río. El lago recibe el aporte de nutrientes desde la cuenca que drena hacia él. Se desea conocer cómo esto afecta a la calidad del agua del río a la altura de la ciudad de Sausales, que lo utiliza como fuente de provisión de agua domiciliaria.

El área de la cuenca de drenaje hacia el lago es de 1580 km². Se trata de una zona agrícola, cuya tasa de exportación de fósforo total (PT) – que es el parámetro que se utilizará como indicador de la ‘contaminación’ por nutrientes – se ha estimado en 1,2 kg/ha/año.

La tasa de sedimentación volumétrica del Lago Sausales ha sido estimada en 7500 m³/año.

El río Sausales (única descarga del lago) tiene un caudal medio de 3,5 m³/s. Su ancho y profundidad medios, en el tramo hasta la ciudad, son de 30 y 2,5 m, respectivamente. Estimaciones para el factor de fricción y el coeficiente de dispersión longitudinal proveyeron los valores de 0,06 y 45, respectivamente. Se ha observado en el tramo de estudio un decaimiento de la concentración de PT debido a la sedimentación, la cual puede ser representada mediante una constante de decaimiento efectiva de 0,67 1/día.

- c) Determinar la concentración (de equilibrio) de PT que se alcanza en el lago debido al aporte de su cuenca.
- d) Determinar la concentración de PT que se produce en la sección del río Sausales correspondiente a la ciudad de Sausales, por efecto de lo importado desde el lago.

Fórmulas útiles:

$$\text{Modelo para reservorio: } C(t) = C_0 e^{-\alpha t} + C_{eq} [1 - e^{-\alpha t}]; \quad C_{eq} = \frac{L_p}{Q + S}; \quad \alpha \equiv \frac{Q + S}{V}$$

C_0 : concentración inicial (mg/l); C_{eq} : concentración de equilibrio (mg/l); L_p : aporte de masa por unidad de tiempo (kg/s); Q : caudal de salida (m³/s); S : sedimentación volumétrica del contaminante (m³/s); V : volumen del reservorio (m³)

$$\text{Modelo para río: } C(x) = C_0 e^{-mx}; \quad m \equiv \frac{\sqrt{U^2 + 4\kappa D_L} - U}{2D_L}; \quad u_* = fU; \quad D_L = e_L u_* h$$

C_0 : concentración inicial; U : velocidad media; u_* : velocidad de corte; f : factor de fricción; D_L : dispersión longitudinal; e_L : coeficiente de dispersión longitudinal; κ : tasa de decaimiento

Problema 2.11

Un reservorio, con un área superficial de 15 km² y profundidad media de 15 m, tiene una concentración (media) de algas de 0,4 µg/l al comienzo del verano. El reservorio es descargado por un arroyo cuyo caudal medio es de 2,5 m³/s en esa época. Por experimentación, se estimaron una tasa de decaimiento (por mortandad) de 0,05 1/día y una de crecimiento de 0,2 1/día.

Determinar (con una precisión de 1 día) el tiempo necesario para que el lago alcance la concentración crítica por sobre la cual el reservorio se considera eutroficado, que es de 10 µg/l, suponiendo que no hay aportes al sistema durante ese período.

Fórmulas útiles:

$$\text{Modelo para reservorio: } C(t) = C_0 e^{-\alpha t} + \frac{L_p}{Q + V(\kappa_d - \kappa_c)} [1 - e^{-\alpha t}]; \quad \alpha \equiv \frac{Q}{V} + \kappa_d - \kappa_c$$

C_0 : concentración inicial (µg/l); L_p : aporte de masa por unidad de tiempo (kg/s); Q : caudal de salida (m³/s); V : volumen del reservorio (m³); κ_d : tasa de decaimiento (1/d); κ_c : tasa de crecimiento (1/d)

Problema 2.12

Se tiene un lago prácticamente prístino, de 410 hm³ de capacidad y una profundidad media de 32 m, que es descargado por un río cuyo caudal medio vale 2,5 m³/s. La tasa de sedimentación (K) se ha estimado en 1 cm/año. Se implementa un desarrollo agrícola en su cuenca de aporte, sobre un área de 10.000 ha, que se estima generará una tasa de exportación de fósforo total (PT) de 1,2 kg/ha/año. Esto provocará el incremento de la concentración de PT en el lago ($[PT]$), que

en la condición prístina puede considerarse nula. Esa disponibilidad de nutriente inducirá el crecimiento de plancton, lo que podría conducir a una situación de eutroficación.

La presencia de plancton se cuantifica a través de la concentración de clorofila-a ($[Cl-a]$). Se supone que existe un equilibrio dinámico entre esta concentración y la de PT, que se expresa como

$$[Cl-a] = 0,58[PT]^{1,07}$$

donde ambas concentraciones se expresan en $\mu\text{g/l}$. Además, se asume como válido el criterio de la CEPS para lagos tropicales, que establece que el sistema puede considerarse como eutrófico si $[Cl-a] > 70 \mu\text{g/l}$.

- Determinar el valor asintótico de $[Cl-a]$.
- Establecer si el sistema entrará en estado eutrófico. En caso positivo, determinar cuánto tiempo tardará en alcanzar ese estado a partir de la implementación del desarrollo agrícola.

Fórmulas útiles:

$$P(t) = P_0 e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{L_e \tau}{V} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right); \quad \tau = \frac{V}{Q_s + \frac{K}{H} V}$$

Problema 2.13

Como parte de un desarrollo urbano, se implementará un lago artificial con un área superficial de 4,5 ha y una profundidad media de 3 m. Se lo llenará con agua libre de algas. Se ha estimado que el aporte desde la zona urbana incluirá una carga de algas de 30 $\mu\text{g/día}$. En base a determinaciones en zonas cercanas, se estimaron una tasa de decaimiento (por mortandad) de 0,05 1/día y una de crecimiento de 0,2 1/día para las algas en el lago durante la época estival, que se extiende durante 90 días. Determinar si el lago llega a eutroficarse en base al criterio de que la concentración de algas en el lago no debe superar 10 $\mu\text{g/l}$.

Fórmulas útiles:

$$C(t) = C_0 e^{-\alpha t} + \frac{L_p}{V \alpha} [1 - e^{-\alpha t}]; \quad \alpha \equiv \frac{Q}{V} + \kappa_d - \kappa_c$$

Problema 2.14

Se tiene un lago de 23 ha de superficie y 3,8 m de profundidad media, desagüado por un arroyo cuyo caudal medio es de 3,2 m^3/s . Recibe un aporte de contaminante de 530 ton/d, el cual tiene un coeficiente de decaimiento K_d de 0,13 1/d. El lago se encuentra a la concentración de equilibrio. En un determinado momento se generan condiciones bajo las cuales se dispara emisión desde los sedimentos, que tienen una concentración C_s de 3500 mg/l . La ecuación de balance de masa es la siguiente:

$$\frac{dC}{dt} = \frac{1}{V} (L_e - Q_s C) - K_d C + K_e (C_s - C)$$

donde $K_e = 0,42$ 1/d es un coeficiente que parametriza el intercambio (difusivo) entre el sedimento de fondo y la columna de agua. La solución a este problema es la siguiente

$$C(t) = C_0 e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{(L_e + K_e V C_s)}{[Q_s + (K_d + K_e)V]} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right); \quad \tau = \frac{V}{Q_s + (K_d + K_e)V}$$

donde C_0 es la concentración inicial. El proceso de emisión se detiene a las 22 horas de iniciado.

- Calcular la concentración de equilibrio inicial.
- Calcular la concentración en el lago al final del proceso de emisión.
- Dibujar esquemáticamente la curva de evolución del lago de la concentración con el tiempo.

Problema 2.15

Un lago sufre una fuerte estratificación térmica durante la época estival, lo cual se manifiesta en un muy débil intercambio entre epilimnio e hipolimnio. Existe la preocupación sobre la generación de condiciones anóxicas (ausencia de oxígeno disuelto, OD) en el segundo. Se plantea un balance OD-DBO para el hipolimnio, de acuerdo al siguiente modelo ($DOD = OD_s - OD$):

$$\frac{dDOD}{dt} = -\kappa_i DOD + \kappa_d DBO; \quad \frac{dDBO}{dt} = -\kappa_i DBO - \kappa_d DBO$$

donde κ_d es el coeficiente de biodegradación, y κ_i el de transferencia entre epilimnio e hipolimnio, y donde se ha supuesto que en la capa superior se tienen condiciones de saturación para el OD y valores despreciables de DBO. Las condiciones al comienzo de la época estival en el hipolimnio son $OD_o = OD_s$ y $DBO_o = 50$ mg/l. Los valores de los coeficientes son $\kappa_d = 0,2$ 1/d y $\kappa_i = 0,08$ 1/d. La temperatura media del mes de enero es de 35°C. En la siguiente figura se muestra la evolución cualitativa de los dos parámetros con el tiempo; el OD mínimo (DOD máximo) se produce para (teniendo en cuenta que $DOD_o = 0$):

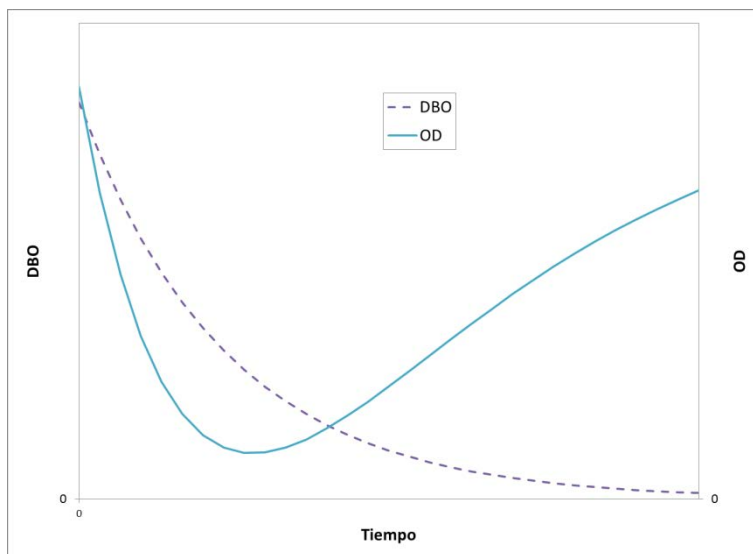
$$t_m = -\frac{1}{\kappa_i} \ln\left(\frac{\kappa_d}{\kappa_d + \kappa_i}\right)$$

Determinar si se alcanzan condiciones anóxicas (establecidas como $OD < 2$ mg/l) durante el mes de enero. En caso positivo, durante cuántos días.

Fórmulas útiles:

$$OD_s = 14,61996 - 0,40420 T + 0,00842 T^2 - 0,00009 T^3$$

$$DBO = DBO_o e^{-(\kappa_d + \kappa_i)t}; \quad DOD = DOD_o e^{-\kappa_i t} + DBO_o \left[e^{-\kappa_d t} - e^{-(\kappa_d + \kappa_i)t} \right]$$



3. FUENTES DISTRIBUIDAS

Problema 3.1

Plantear las ecuaciones para determinar la evolución temporal del aporte de un contaminante agrícola (fertilizante) desde un predio a un curso de agua cercano durante un evento de lluvia. Para ello tener en cuenta que:

- El predio tiene un área A (m^2).
- El hidrograma (serie temporal) del caudal de escorrentía $Q(t)$ (m^3/s) al pie del predio (calculado con un modelo hidrológico en base a la lluvia caída) puede esquematizarse como un pulso (temporal) triangular, con un caudal pico Q_0 (m^3/s), un tiempo al pico T_p (horas) y una duración total T_d (horas).
- La densidad areal de pérdida total de suelo durante el evento (estimada con la fórmula USLE) es P (ton/m^2).
- La concentración de contaminante en el suelo antes de comenzada la lluvia era ρ (kg fertilizante/ kg suelo).
- La partición del fertilizante entre fase sorbida, con concentración $S(t)$ (kg fertilizante/ kg suelo) y fase solvente, con concentración $c(t)$ (kg fertilizante/ m^3 agua), durante el evento de lluvia, puede considerarse lineal, es decir, $S(t)=K_d c(t)$, donde K_d (m^3 agua/ kg suelo) es el coeficiente de distribución o partición.
- Los hidrogramas al pie del predio de caudal sólido $Q_s(t)$ (kg suelo/ seg) y de concentraciones de fertilizante en ambas fases, $S(t)$ y $c(t)$, también pueden ser considerados como pulsos triangulares totalmente similares al hidrograma de caudal líquido.

Sugerencia: Plantear un sistema de ecuaciones cerrado (igual cantidad de ecuaciones que de incógnitas) de acuerdo a los siguientes pasos:

- Cálculo de la masa M_s (kg) de suelo erosionado.
- Cálculo del caudal sólido pico Q_{s0} (kg/seg) al pie del predio.
- Cálculo de la masa total M_f de fertilizante aportada a la escorrentía.
- Planteo de la ecuación de balance para la masa total de fertilizante, como la suma de los aportes de cada una de las dos fases.

Nota: Chequear la consistencia en las dimensiones de cada uno de los términos.

Problema 3.2

Se dispone del siguiente hietograma, representativo de una tormenta, con un intervalo de tiempo $\Delta t = 10$ minutos:

n	I^n ($mm/hora$)
1	5
2	15
3	30
4	8
5	2

donde I^n es la intensidad de la lluvia durante el intervalo de tiempo n . Se desea calcular el caudal Q resultante a la salida de la cuenca sobre la cual se produce esta precipitación. Para ello proceder de la siguiente forma:

- a) Determinar el hietograma de la precipitación excedente I_{exc}^n . Para ello tener en cuenta que

$$I_{exc} = I - I_i - I_{ev} - I_{si}$$

donde I_i representa la abstracción inicial, I_{ev} la evapotranspiración e I_{si} la infiltración. La abstracción inicial ($\int I_i dt$) vale 1 mm. La evapotranspiración puede despreciarse sobre este corto intervalo de tiempo ($I_{ev} = 0$). La infiltración se calcula como

$$I_{si} = f_c + (f_0 - f_c)e^{-t/T}$$

donde $f_0 = 0,5$ mm/min es la tasa de infiltración inicial, $f_c = 0,05$ mm/min es la tasa de infiltración final y $T = 15$ minutos el tiempo de saturación.

- b) Suponer que la cuenca actúa como un reservorio lineal. Entonces se cumple que

$$\Theta^{n+1} = (1 - \alpha)\Theta^n + \alpha I_{exc}^{n+1}$$

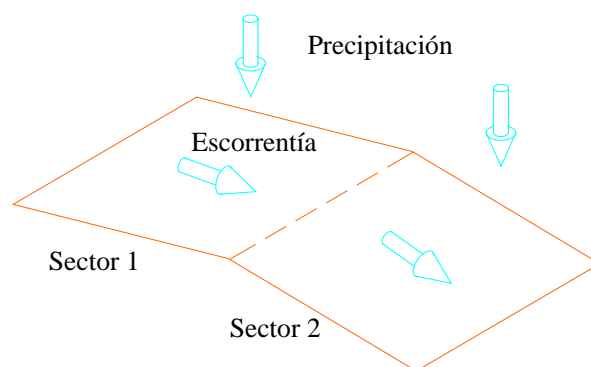
donde $\Theta = Q/A_c$, siendo A_c el área de la cuenca, que vale 1600 m^2 , y $\alpha = \Delta t/K$, siendo K la constante de tiempo del sistema, que se calcula con la expresión

$$K = 0,525 \frac{(n_M L)^{0,66}}{S^{0,33}}$$

siendo $n_M = 0,3$ el coeficiente de rugosidad de Manning de la superficie de la cuenca, $L = 95$ m la máxima distancia de flujo y $S = 0,0005$ la pendiente media de la cuenca. Con estas unidades K resulta en minutos. Calcular, entonces, la serie temporal de Θ en mm/h y, de ella, la serie de Q en m^3/s .

Problema 3.3

Sobre un terreno se descarga una precipitación de 30 minutos de duración, con una intensidad prácticamente constante de 10 mm/h. El terreno puede ser representado como una franja rectangular de 1000 m de ancho y 200 m de largo. De acuerdo a su cobertura vegetal, se estimó un coeficiente de rugosidad de Manning (n_M) de 0,07. En relación a la pendiente del terreno (S), éste puede ser dividido en dos sectores de 100 m de largo cada uno, con una pendiente de 0,001 en el primer sector y otra de 0,0015 en el segundo. Puede considerarse que hay una infiltración constante de 6 mm/h y que la abstracción inicial y la evapotranspiración son despreciables.



Para calcular la escorrentía se utiliza un modelo de reservorio lineal, aplicado a cada uno de los dos sectores en que se ha dividido al terreno. La constante de tiempo K del modelo se calcula (en minutos) de acuerdo a la siguiente expresión:

$$K = 0,525 \frac{(n_M L)^{0,66}}{S^{0,33}}$$

donde L es la longitud del sector en metros. Se recomienda utilizar un paso de cálculo Δt de 6 minutos, verificando previamente que éste es compatible con la constante de tiempo del sector.

Nótese que si Q_j es el caudal de escorrentía (en m^3/s) del sector j , generado por el exceso de precipitación correspondiente a ese sector, entonces el caudal total de escorrentía Q_j^T del sector j se calcula sumándole el proveniente desde el sector anterior Q_{j-1}^T , es decir:

$$Q_j^T = Q_{j-1}^T + Q_j$$

Obviamente, $Q_0^T = 0$. Con esta metodología, calcular la serie temporal de caudal total de escorrentía al final de cada uno de los dos sectores durante 1 hora desde el inicio de la lluvia. Graficar el caudal total a la salida.

Una vez determinadas las series de caudales, calcular las series temporales de las alturas de agua h_j (en milímetros) para cada uno de los dos sectores. Para ello obtener primero el almacenamiento a_j para cada sector y luego acumularlo, de la misma forma que para el caudal de escorrentía ($h_j = h_{j-1} + a_j$, $h_0 = 0$). Graficar la altura total a la salida.

Problema 3.4

Para el mismo terreno y la misma lluvia del Problema 5.3 se midieron los siguientes caudales totales de escorrentía al final de cada uno de los dos sectores:

n	t (minutos)	Q_1 (m^3/seg)	Q_2 (m^3/seg)
0	0	0	0
1	6	0,0360	0,0771
2	12	0,0603	0,1273
3	18	0,0768	0,1601
4	24	0,0879	0,1815

5	30	0,0954	0,1955
6	36	0,0645	0,1276
7	42	0,0436	0,0833
8	48	0,0295	0,0545
9	54	0,0199	0,0357
10	60	0,0135	0,0234

La acción de impacto de la lluvia y el arrastre por la escorrentía producen un desprendimiento de contaminante desde el suelo. Se verificó que la tasa de desprendimiento y , por unidad de área, puede ser descripta de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$y(t) = y_0 \left(2 - e^{-\frac{I(t)}{I_0}} - e^{-\frac{q(t)}{q_0}} \right)$$

donde I es la intensidad de precipitación, q el caudal de escorrentía por unidad de área ($=Q/A$, donde Q es el caudal de escorrentía y A el área del sector) y las constantes valen $y_0 = 0,3$ mg/m²/día, $I_0 = 10$ mm/h y $q_0 = 5$ mm/h.

Ahora bien, el balance de masa de contaminante en cada sector puede expresarse como:

$$Q^T_j c_j = Q^T_{j-1} c_{j-1} + y_j A_j$$

donde c_j es la concentración de contaminante en el agua de escorrentía del sector j y A_j el área del sector. Utilizando esta fórmula de cálculo, determinar la serie temporal de concentración al final de cada uno de los dos sectores del terreno durante 1 hora desde el inicio de la lluvia. Graficar la concentración a la salida.

Problema 3.5

Se va a estimar la carga de nitrógeno total que lava una lluvia que cae sobre una zona urbana. Para ello se utilizará un modelo de acumulación/lavado. El cálculo de la acumulación de polvo L_{acum} en kg por cada 100 m (una cuadra) de adoquín, a lo largo de una serie de días secos, se

efectuará de acuerdo a la fórmula de Michaelis-Menton: $L_{acum} = \frac{at}{b+t}$, donde el tiempo t está

en días y las constantes han sido ajustadas a los valores $a = 1,1$ y $b = 0,85$. Dadas las características de vecindario residencial, se estima que la concentración de nitrógeno total es de 0,48 mg/g de polvo. Ese vecindario está constituido por 125 manzanas aproximadamente cuadradas. El lavado, por su parte, se determinará de acuerdo a la siguiente fórmula:

$L_{lav} = L_o(1 - e^{-kt})$, donde L_o es la carga al momento de iniciada la lluvia y el coeficiente de decaimiento se calcula como $k = R I_{esc}$, donde el coeficiente de lavado R vale 0,18 1/mm e I_{esc} es la intensidad de lluvia que se transforma en escorrentía.

Suponga que hubieron 20 días secos, a partir de los cuales se desató una lluvia de 3 horas de duración e intensidad uniforme, cuya intensidad transformada en escorrentía (provista por un hidrólogo) fue de 2,5 mm/hora. Determine la carga de nitrógeno total lavada durante esa lluvia y la carga remanente en el vecindario.

Problema 3.6

Estimar la carga de fósforo exportada desde una zona urbana de 15,7 km², que tiene un 14% de áreas verde. La precipitación media anual es de 1100 mm.

Suponer que las áreas verdes incluyen un 10% de superficie impermeable, mientras que en el resto (área edificada) se distribuye un 10% de superficie permeable. La concentración media de fósforo exportada desde la zona edificada se estima en 1,1 mg/l, mientras que la que proviene de la zona verde alcanza sólo 0,2 mg/l. Expresar el resultado en ton/año.

Fórmulas útiles

$$L = P * P_j * R_v * C * A; P_j \approx 1;$$

$$R_v = 0,05 + 0,009I; I: \text{porcentaje de superficie impermeable}$$

Problema 3.7

Para disminuir la erosión de suelo desde un terreno que se encuentra desnudo se propone revegetarlo. El factor de cobertura-manejo, C , para las condiciones iniciales se estima en 0,45. La expectativa es la siguiente:

- Al final del primer año: Suelo con vegetación secundaria, de baja cobertura.
- Al final del segundo año: Suelo vegetado, con cobertura de entre un 40 y un 60%.

Estimar en cuanto se reduce la erosión al final de cada año en relación a la situación original (suponiendo igualdad del resto de las condiciones).

Información útil:

$$\text{Modelo RUSLE: } A = R * K * LS * C * P$$

Tablas de factor de cobertura-manejo:

Unidades Ambientales	Porcentaje de Cobertura [%]					
	0 - 1	1 - 20	20 - 40	40 - 60	60 - 80	80 - 100
Praderas y pastizales	0.45	0.32	0.2	0.12	0.07	0.02
Bosque con buen sotobosque	0.45	0.32	0.16	0.08	0.01	0.006
Bosque con sotobosque escaso	0.45	0.32	0.2	0.1	0.06	0.01

Unidades Ambientales	Porcentaje de Cobertura Estimado [%]	Valor de C (FAO, 1980)
Selva de transición húmeda de quebradas y laderas	80	0.01
Selva de transición subhúmeda de laderas	80	0.01
Selva de transición seca de laderas	60	0.08
Vegetación de ambientes secos en filo, hombro y rellano	60	0.10
Valle intermontano y laderas con vegetación arbustiva y herbácea con árboles aislados	70	0.07
Vegetación arbustiva colonizadora en playas de arroyos, terrazas, y laderas solanas	30	0.20
Suelo desnudo y vegetación secundaria de baja cobertura	30	0.20
Suelo desnudo (caminos)	0	0.45

Problema 3.8

Se efectúan mediciones de caudal $Q(t)$ y de concentración $C(t)$ de una sustancia a la salida de una cuenca de 2200 km^2 . Las mediciones de caudal son quincenales, mientras que las de concentración son mensuales. En la siguiente tabla se muestran los valores durante el año de medición:

Fecha	Q (m ³ /s)	C (mg/l)
1-sep-06	2.5	1.7
15-sep-06	2.7	–
1-oct-06	3.2	2.3
15-oct-06	5.1	–
1-nov-06	4.7	3.7
15-nov-06	7.5	–
1-dic-06	14.8	5.2
15-dic-06	29.5	–
1-ene-07	55.8	–
15-ene-07	60.3	9.3
1-feb-07	57.4	9.7
14-feb-07	41.2	–
1-mar-07	33.5	8.4
15-mar-07	25.7	–
1-abr-07	21.2	6.6
15-abr-07	16.4	–
1-may-07	11.8	5.7
15-may-07	10.9	–
1-jun-07	8.4	3.2
15-jun-07	9.1	–
1-jul-07	6.3	2.7
15-jul-07	5.1	–
1-ago-07	4.3	2.1
15-ago-07	3.3	–

Estimar la tasa de exportación media anual en kg/ha/año.

Sugerencia: Completar la tabla de concentraciones para tener el mismo espaciamiento temporal que el caudal

Fórmulas útiles:

$$Y = \frac{1}{AT} \int_{t_1}^{t_2} Q(t) C(t) dt$$

Problema 3.9

Un desarrollo urbano de 145 ha está zonificado de la siguiente manera: 20 ha de zona urbana, 25 ha de forestación y 100 ha de pasturas. Su aporte de P (fósforo) a un cuerpo de agua cercano ha sido determinado legalmente considerando que las tasas de exportación son de 0,80, 0,05 y 0,30 kg/ha/año para cada una de esas zonas, respectivamente, con lo cual cumple con la carga máxima que se le ha concedido, de 50 kg/año.

- Verificar que, efectivamente, el aporte cumple con la restricción impuesta.
- Se desea efectuar agricultura dentro del predio, a la cual se le asigna una tasa de exportación de 2,0 kg/ha/año. El área urbanizada no es elástica, de modo que debe permanecer de 20 ha. Determinar la combinación de usos del suelo que permita disponer de la mayor superficie posible para cultivo, sin violar la restricción impuesta.

Problema 3.10

Un predio de 52 ha, con una cobertura vegetal uniforme, tiene una tasa de erosión de 0,12 ton/ha/año. El factor de cultivo-manejo de la fórmula RUSLE (C) se ha estimado en 0,25. Se lleva a cabo un cambio parcial de uso del suelo: el 27% del área se dedica a agricultura ($C = 18$); el 5% a parque ($C = 1,1$) y el 7% a construcciones ($C = 0$). Determinar la nueva tasa de erosión.

Información útil:

Modelo RUSLE: $A = R * K * LS * C * P$

C efectivo para varios usos: $C_{ef} = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^n S_i C_i$; $S = \sum_{i=1}^n S_i$ (S : superficie)

Problema 3.10

Un área urbana de 8,2 km² está constituida por un 32% de “área antigua” (*Older Urban Areas*), un 45% de “área de oficinas” (*Central Business District*), y el resto de área de parques. A su vez, la primera de las áreas tiene un 85% de área impermeable, mientras que para la segunda la proporción de área impermeable es de 68%. La precipitación media anual es de 870 mm, a la cual se le aplica el coeficiente de corrección $P_j \approx 0,95$. Se debe estimar la carga de Zinc y de Plomo (*Lead*) exportada.

Modelo de cálculo:

$$L = P * P_j * R_v * C * A$$

$$R_v = 0,05 + 0,009I$$
 ; I : porcentaje de superficie impermeable

Tabla con concentraciones medias por tipo de zona urbana (en mg/l):

POLLUTANT	NEW SUBURBAN NURP SITES (Wash., DC)	OLDER URBAN AREAS (Baltimore)	CENTRAL BUSINESS DISTRICT (Wash., DC)	NATIONAL NURP STUDY AVERAGE	HARDWOOD FOREST (Northern Virginia)	NATIONAL URBAN HIGHWAY RUNOFF
PHOSPHORUS						
Total	0.26	1.08	-	0.46	0.15	-
Ortho	0.12	0.26	1.01	-	0.02	-
Soluble	0.16	-	-	0.16	0.04	0.59
Organic	0.10	0.82	-	0.13	0.11	-
NITROGEN						
Total	2.00	13.6	2.17	3.31	0.78	-
Nitrate	0.48	8.9	0.84	0.96	0.17	-
Ammonia	0.26	1.1	-	-	0.07	-
Organic	1.25	-	-	-	0.54	-
TKN	1.51	7.2	1.49	2.35	0.61	2.72
COD						
COD	35.6	163.0	-	90.8	>40.0	124.0
BOD (5-day)						
BOD (5-day)	5.1	-	36.0	11.9	-	-
METALS						
Zinc	0.037	0.397	0.250	0.176	-	0.380
Lead	0.018	0.389	0.370	0.180	-	0.550
Copper	-	0.105	-	0.047	-	-

Problema 3.11

Se ha producido erosión en un talud durante una precipitación intensa, arrastrando suelo contaminado. Se desea conocer la masa de contaminante arrastrada. Para ello se utilizará el modelo RUSLE.

El talud tiene una longitud (inclinada) de 5,4 m, un ancho de 8,5 m, y una inclinación de 15°. La concentración de contaminante en el suelo es de 2,8 kg/kg. El factor de erosibilidad del suelo se ha estimado en 0,02 (ton/MJ)/(mm/hr). Como el suelo estaba desnudo, puede considerarse que el factor de cobertura-manejo vale 0,45. No había ninguna práctica de soporte.

Se calculó que el factor de erosividad de lluvia-escorrentía asociado a esa precipitación vale 2090 (MJ/ha) (mm/hr).

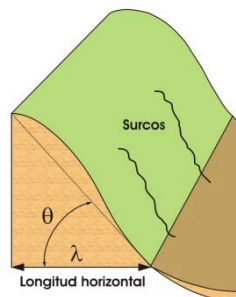
Fórmulas útiles: (su interpretación está a cargo del alumno)

$$A = R * K * LS * C * P$$

$$LS = L * S$$

$$L = \left(\frac{\lambda}{22,1} \right)^m ; m = \frac{\beta}{1 + \beta} ; \beta = \frac{(\text{sen}\theta / 0,0896)}{3 \cdot (\text{sen}\theta)^{0,8} + 0,56}$$

$$S = \begin{cases} 10,8 \cdot \text{sen}\theta + 0,03 & \text{si } s < 9\% \\ 16,8 \cdot \text{sen}\theta - 0,50 & \text{si } s \geq 9\% \end{cases} ; s = \tan \theta$$



4. AGUAS SUBTERRANEAS

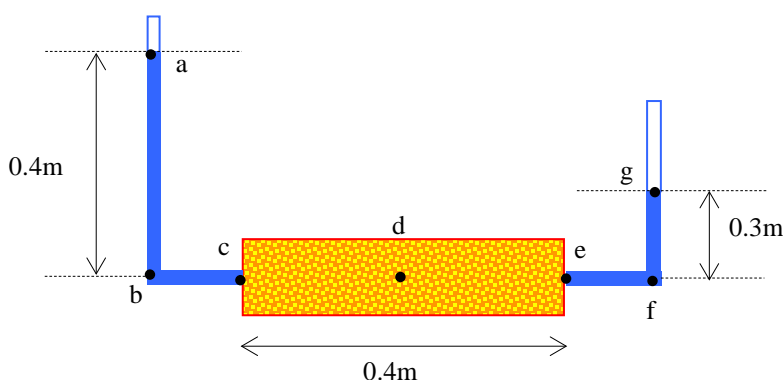
Problema 4.1

En un experimento de Darcy el nivel de agua afluyente es de 40cm y el nivel efluente 30cm. El medio poroso está confinado en un tubo cilíndrico de longitud 40cm y radio 18cm. El medio está formado por arena normal o fina, teniendo un valor representativo de la conductividad hidráulica de 10^{-4} m/s y una porosidad de 0.5.

- Hallar el caudal y la velocidad de Darcy
- Hallar el tiempo de filtración, es decir, el tiempo que le toma a una partícula de fluido atravesar todo el medio poroso.

Problema 4.2

Para la figura siguiente



- Determinar las cargas de altura, presión y total para los puntos a a g de la figura.
- Verificar la relación de Bernoulli.
- Explicar el resultado en el punto medio d.

Problema 4.3

Las aguas subterráneas situadas en las cercanías de un depósito subterráneo con derrames contienen 0.5 mg/l de benceno. ¿Cuál sería la concentración de benceno adsorbida por un suelo sedimentario que contiene un 2% de carbono orgánico, asumiendo que la sorción obedece a un modelo lineal ?

Dato: $K_{oc} = 83 \text{ ml/g}$

Problema 4.4

Entre un lago, a nivel $h_l = 15$ m, y un río, a nivel $h_r = 5$ m, se produce un flujo de agua a través de un acuífero confinado de extensión $L = 10$ km y de altura $h_a = 2$ m y ancho $B = 10$ m uniformes, tal como se muestra en la figura. El acuífero tiene una conductividad hidráulica longitudinal $k = 30$ m/día y una porosidad $n = 0,30$. A través de un orificio situado a una distancia $x_v = 1$ km del lago se produce la inyección de un pulso instantáneo de contaminante, de masa total $M = 10$ ton. Existe una obra de toma ubicada a una distancia $x_o = 2$ km del lago.

Se desea saber si se alcanzarán concentraciones significativas de contaminante en el punto de toma. Para averiguarlo proceder de la forma siguiente:

- Calcular, utilizando la ley de Darcy, la velocidad media de flujo de Darcy en el acuífero. Con ella calcular la velocidad de filtración u (en m/día).
- Suponer que el transporte de contaminante puede ser descrito por un modelo unidimensional, es decir, por la siguiente ecuación para la concentración media c sobre la sección transversal:

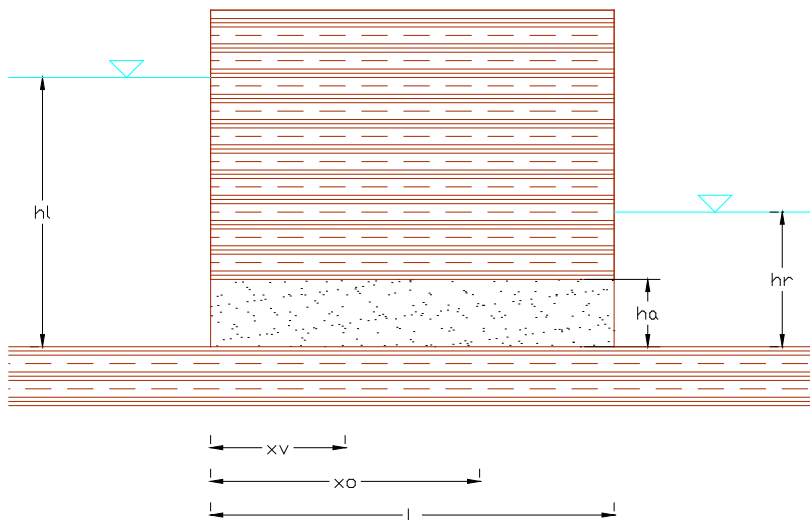
$$R \frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} = D_l \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}$$

donde R es el coeficiente de retardo, D_l el coeficiente de difusión longitudinal y t y x las coordenadas temporal y espacial, respectivamente. El coeficiente de difusión se estima como $D_l = \alpha u$, donde $\alpha = 10$ m. Suponer que no hay reacciones, es decir, $R = 1$. La solución de la ecuación de transporte para el pulso instantáneo es, entonces:

$$c(\xi, t) = \frac{M}{Bh_a \sqrt{4\pi D_l \xi / u}} \exp \left[-\frac{(\xi - ut)^2}{4D_l t} \right]$$

donde $\xi = x - x_v$. En base a esta solución calcular la concentración máxima que se alcanza en el punto de toma y el tiempo al cual se alcanza esa concentración máxima.

- Se informa que la concentración umbral máxima del contaminante vale $c_u = 0,1 \text{ kg/m}^3$ (equivalente a mg/l). Determinar, con una precisión de 1 año, el período de tiempo durante el cual la concentración en el punto de toma supera ese valor umbral. (Sugerencia: Calcular el valor de la exponencial en la solución mostrada en el punto anterior, para distintos tiempos).



Problema 4.5

Se ha producido una pérdida accidental de una sustancia desde un depósito, la cual se ha infiltrado en un acuífero confinado de espesor $H = 2$ m, conductividad hidráulica $k = 30$ m/día y porosidad $n = 0,30$. Se sabe que la corriente subterránea se desplaza en una dirección, identificada como eje x , donde el salto de altura piezométrica es de 2,5 m en 20 km. El coeficiente de difusión longitudinal puede estimarse como $D_l = \alpha u$, donde $\alpha = 10$ m y u es la velocidad de infiltración. Por su parte, el coeficiente de difusión transversal vale $D_t = 0,008$ m²/día.

La ecuación que describe el transporte de la sustancia en el acuífero, expresada en términos de la concentración media vertical c sobre el acuífero, es

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} + u \frac{\partial c}{\partial x} = D_l \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + D_t \frac{\partial^2 c}{\partial y^2}$$

cuya solución, para el caso de una descarga instantánea y puntual de masa M en $x = y = 0$, es

$$c(x, y, \tau) = \frac{M}{4\pi H \tau \sqrt{D_l D_t}} \exp \left\{ - \left[\frac{(x - u\tau)^2}{4D_l \tau} + \frac{y^2}{4D_t \tau} \right] \right\}$$

En las expresiones anteriores $\tau = t/R$, donde t es la coordenada temporal y R el coeficiente de retraso, que vale

$$R = 1 + \frac{(1-n)\rho_s K_d}{n}$$

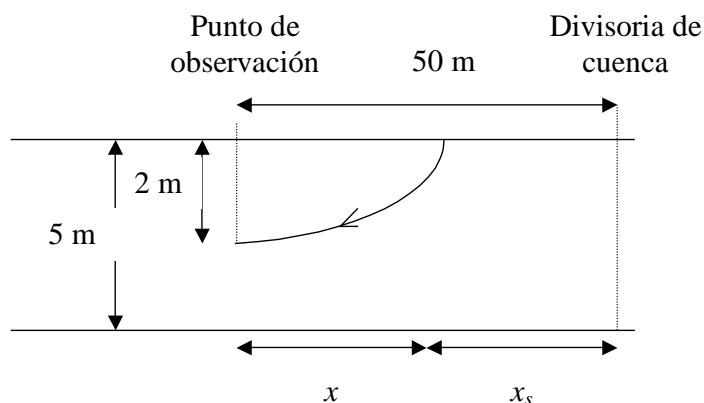
donde $\rho_s = 2650$ kg/m³ es la densidad del suelo y $K_d = 5 \times 10^{-5}$ m³/kg el coeficiente de partición entre las fases sólida (sorbida) y líquida (disuelta) del contaminante.

En una medición efectuada a una distancia de 5 m del punto de vertido, en la dirección del flujo subterráneo ($x = 5$, $y = 0$), luego de 459 días del vertido, se obtuvo una concentración de 0,75 kg/m³. Determinar cuál fue la masa M derramada.

Problema 4.6

Un acuífero de 5 m de espesor está siendo recargado con una tasa de infiltración de 0,5 mm/minuto. Se sabe que el agua de recarga tiene una concentración de 100 mg/l de una sustancia tóxica. Se desea conocer la concentración de esa sustancia a una profundidad de 2 m y a 50 m de la divisoria de aguas. El flujo en el acuífero es lineal. La sustancia presenta una atenuación pero no un retardo.

<u>Datos adicionales:</u>	Porosidad del suelo	$p = 0,58$
	Constante de decaimiento	$\kappa = 0,12$ día ⁻¹

Sugerencia metodológica:

- Calcular la velocidad media de flujo (o velocidad de Darcy) a 50 m de la divisoria de aguas. Luego, la velocidad de infiltración.
- Calcular la distancia entre el punto de observación y el de penetración de la línea de corriente (x). Luego, la distancia entre este último punto y la divisoria de aguas (x_s).
- Calcular el tiempo de recorrido a lo largo de la línea de corriente hasta llegar al punto de observación.
- Calcular la concentración en el punto requerido.

Problema 4.7

A través de un pozo se inyecta a un acuífero agua residual. El caudal de bombeo es de 5000 litros/hora y la concentración del contaminante de 6500 mg/l. El acuífero es confinado. Tiene un espesor $h = 2,5$ m, conductividad hidráulica $K = 40$ m/día y porosidad $n = 0,35$. La corriente subterránea del acuífero se desplaza en una dirección, identificada como eje x , con un gradiente $i = 95$ cm/km. El coeficiente de difusión lateral se ha estimado en $D_t = 0,01$ m²/día. La densidad del material del acuífero es $\rho_s = 2650$ kg/m³ y el coeficiente de partición entre las fases sólida (sorbida) y líquida (disuelta) del contaminante vale $K_d = 3 \times 10^{-5}$ m³/kg. El contaminante decae, por reacción química, con una constante de reacción de $\kappa = 0,01$ 1/día.

A una distancia de 50 m aguas abajo del punto de descarga y desplazado 10 m de la línea de corriente que pasa por el punto de descarga, existe una toma de agua. Determinar la concentración de contaminante en ese punto.

Modelo de cálculo:

Se plantea un balance entre advección longitudinal, difusión transversal y decaimiento:

$$v_s \frac{\partial C}{\partial x} = D_t \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - \kappa RC$$

$$v_s = \frac{v}{n}, \quad v = Ki, \quad R = 1 + \frac{(1-n)}{n} \rho_s K_d$$

$$C(x, y) = \frac{C_f q_f}{h \sqrt{\pi v_s D_t x}} \exp \left[-\frac{v_s y^2}{4 D_t x} - \frac{\kappa R x}{v_s} \right]$$

Problema 4.8

Se va a efectuar una comparación entre *velocidades de advección* y *tiempos de residencia* entre cuatro ecosistemas acuáticos.

En primer lugar, se considerará un tramo de un río de 2.5 km de longitud, con un ancho superficial medio de 7 m y una rugosidad de Manning de 0.03. Su profundidad media es de 3 m y la diferencia de nivel de agua entre sus extremos de aguas arriba y aguas abajo de 0.10 m.

En segundo lugar, se tomará una cuenca de drenaje en la que la máxima longitud recorrida por el agua es de 2.5 km y la diferencia de nivel topográfico entre los dos extremos de esa trayectoria de 0.10 m.

En tercer lugar, se efectuarán los cálculos para un reservorio de 2.5 km de extensión longitudinal, 300 m de ancho medio y una profundidad media de 30 m. Este recibe, y descarga, un caudal medio de 6 m³/s.

Finalmente, se considerará un acuífero freático de 2.5 km de extensión, en el que la diferencia de nivel freático entre ambos extremos es de 0.10 m. Su permeabilidad vale 0.1 mm/s y la porosidad es de 0.5.

En cada uno de los casos expresar los resultados obtenidos de velocidad de advección y tiempo de residencia en las unidades que considere más conveniente.

Luego calcule la relación entre los valores de la velocidad y el tiempo de cada ecosistema y los correspondientes al río, que se tomará como referencia, para saber cuántas veces más rápido o lento es cada uno de ellos.

Fórmulas útiles:

$$\Omega^2 R^{4/3} = \frac{n^2 Q^2}{I} \qquad v = \frac{Q}{A} = ki; \quad v_s = \frac{v}{n}$$

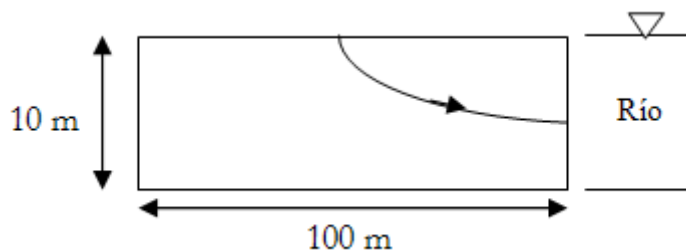
$$T_c = \left(0,89 \frac{L^3}{\Delta z} \right)^{0,385}; \quad [L] = km; \quad [\Delta z] = m; \quad [T_c] = horas$$

Problema 4.9

Para la disposición del efluente de una fábrica localizada a la vera de un río se plantean dos opciones para reducir su contenido de materia orgánica antes de que alcance ese cuerpo de agua: infiltrarlo en el terreno ó tratarlo. El caudal del efluente es de 50 lts/s y su concentración de DBO vale 100 mg/l.

- Se proyecta una superficie de infiltración de 100 m x 100 m. El espesor del manto de suelo a infiltrar es de 10 m, con una porosidad de 0,58. El coeficiente de biodegradación en el terreno se ha estimado en 0,2 día-1. Suponiendo que uno de los bordes del terreno coincide con la margen del río, y tomando como representativa de las condiciones medias de aporte al río a la línea de flujo que sale del punto medio del terreno (a 50 m de la margen del río), calcular la concentración de DBO vertida al río.

Corte Vertical



- b) ¿Cuál debería ser la eficiencia de la planta de tratamiento a proyectar para obtener una performance similar a la solución por infiltración?

Fórmulas útiles:

$$t = \frac{nD}{N} \ln \left(\frac{x}{x_s} + 1 \right); C = C_o e^{-\kappa t}$$

Problema 4.10

Se produce un vertido accidental de 150 kg de una sustancia tóxica sobre el terreno durante una precipitación. Esta sustancia se desparrama sobre una superficie de alrededor de 25 m², y percola a través de la zona vadosa. La tasa de infiltración es de 10 mm/hr. La humedad poral se estima en 0,2. El coeficiente de atenuación es de 0,12 día⁻¹, y el coeficiente de retardo de 1,5. Se debe calcular la concentración máxima que alcanza la tabla de agua, localizada a 15 m por debajo de la superficie del terreno.

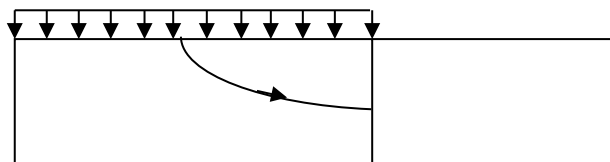
Fórmulas útiles:

$$C(x,t) = \frac{M}{\Omega \sqrt{4\pi D_L \tau}} \exp \left[-\frac{(z - v_s \tau)^2}{4D_L \tau} - \kappa \tau \right];$$

$$\tau = \frac{t}{R}; \kappa = \kappa R; v_s = \frac{N}{\theta}; D_l = \alpha_l v_s; \alpha_l = 0,1z$$

Problema 4.11

Se efectúa la infiltración de un efluente en un acuífero a una tasa de 20 mm/hr. El efluente posee un contaminante cuya concentración es de 150 mg/l. La longitud sobre la cual se efectúa la infiltración es de 25 m. El acuífero tiene un espesor de 5 m y una porosidad de 0,55. El coeficiente de decaimiento del contaminante vale 0,1 1/día.



- c) Calcular la concentración del contaminante en la sección final de la zona de infiltración, a las siguientes profundidades: 0,5 m, 1,5 m, 2,5 m, 3,5 m y 4,5 m.
- d) A partir de los resultados del punto anterior, calcular la concentración media sobre la vertical. Utilizarla como condición inicial para determinar la concentración a 25 m aguas abajo del final de la zona de infiltración, despreciando la dispersión-difusión longitudinal.

Fórmulas útiles:

$$d = \frac{x}{x+x_s} D; t = \frac{nD}{N} \ln\left(\frac{x}{x_s} + 1\right); C = C_o e^{-\kappa t}$$

$$C = C_o \exp(-mx); m = \frac{\kappa}{v_s} \text{ si } D_L = 0; v_s = \frac{v}{n}$$

Problema 4.12

En un reservorio se encuentra almacenada agua con una concentración de 960 mg/l de un contaminante cuya tasa de decaimiento (κ) es de 0,15 1/d. Desde su fondo se produce percolación a través de la zona no saturada del suelo, que tiene una saturación (θ) de 0,25, a una tasa (N) de 12 mm/hr. El coeficiente de retardo vale 1,3. La distancia a la freática (\bar{z}) es de 2,5 m. La autoridad ambiental ha dispuesto que la concentración con que llega el fluido a la freática no debe superar 1 mg/l. Verificar si se cumple esta condición.

Fórmulas útiles:

$$C(z) = C_o \exp\left(-\frac{v_s z}{2D_l}\right) e^{-2ab}; a = \sqrt{\kappa + \frac{v_s^2}{4RD_l}}, \quad b = \frac{z}{2} \sqrt{\frac{R}{D_l}}; v_s = \frac{N}{\theta}; D_l = \alpha_l v_s; \alpha_l = 0,1\bar{z}$$

Problema 4.13

Se han vertido accidentalmente 15 ton de una sustancia, la cual se ha infiltrado en el acuífero. A 90 m del punto de vertido y 1,5 m en dirección lateral se encuentra una pequeña toma de agua. Establecer si la concentración en ese punto puede superar la concentración máxima admisible, de 1 g/ltr.

Características del acuífero: espesor $H = 3,5$ m, conductividad hidráulica $k = 45$ m/día, porosidad $n = 0,35$, gradiente hidráulico $i = 2,3 \times 10^{-4}$, $\alpha = 12$ m (coeficiente de difusión longitudinal $D_l = \alpha u$, donde u es la velocidad de flujo), coeficiente de difusión transversal $D_t = 0,003$ m²/día, densidad del suelo $\rho_s = 2650$ kg/m³,

Características de la sustancia: coeficiente de partición entre fases sólida (sorbida) y líquida (disuelta) $K_d = 3 \times 10^{-5}$ m³/kg.

Modelo de cálculo:

$$c(x, y, \tau) = \frac{M}{4\pi H \tau \sqrt{D_l D_t}} \exp\left\{-\left[\frac{(x - v_s \tau)^2}{4D_l \tau} + \frac{y^2}{4D_t \tau}\right]\right\}$$

donde $\tau = t/R$, y

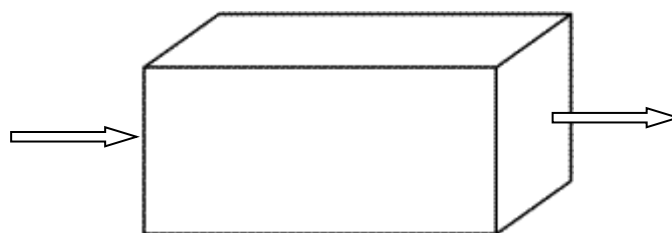
$$R = 1 + \frac{(1-n)\rho_s K_d}{n}$$

Instante de máxima concentración en cualquier punto de coordenadas x, y (obtenida de hallar el máximo de la función anterior):

$$\tau_M = \frac{-2 + \sqrt{4 + \frac{v_s^2}{D_l} \left(\frac{x^2}{D_l} + \frac{y^2}{D_t} \right)}}{\frac{v_s^2}{D_l}}$$

Problema 4.14

Se utiliza un medio poroso para tratar un efluente. Se trata de un paralelepípedo de 10 m de ancho, 5 m de altura y 100 m de largo. En uno de sus extremos se le inyectan 100 lts/s de agua, que contiene una concentración de 3800 mg/l de un contaminante. Se desea saber cuál es la concentración de ese contaminante a la salida por el otro extremo.



Las propiedades del medio son las siguientes: densidad del material del acuífero = 2650 kg/m³; porosidad = 0,38; coeficiente de partición entre fases sólida y líquida = 5 x 10⁻⁵ m³/kg; coeficiente de reacción = 3 1/día.

En caso de que la concentración a la salida no caiga por debajo de 1000 mg/l, indicar cuál debería ser la longitud mínima del medio poroso para lograrlo.

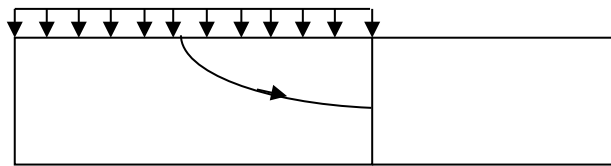
Fórmulas útiles:

$$C(x) = C_0 e^{-mx}; \quad m = \frac{\sqrt{v_s^2 + 4\kappa R D_l} - v_s}{2D_l}; \quad R = 1 + \frac{(1-n)\rho_s K_d}{n}$$

$$D_l = \alpha_l v_s; \quad \alpha_l = 0,1\bar{x}; \quad v_s = \frac{v}{n}$$

Problema 4.15

Se efectúa la infiltración de un efluente en un acuífero a una tasa de 20 mm/hr. El efluente posee un contaminante cuya concentración es de 150 mg/l. La longitud sobre la cual se efectúa la infiltración es de 25 m. El acuífero tiene un espesor de 5 m y una porosidad de 0,55. El coeficiente de decaimiento del contaminante vale 0,1 1/día.



- Calcular la concentración del contaminante en la sección final de la zona de infiltración, a las siguientes profundidades: 0,5 m, 1,5 m, 2,5 m, 3,5 m y 4,5 m.
- A partir de los resultados del punto anterior, calcular la concentración media sobre la vertical. Utilizarla como condición inicial para determinar la concentración a 25 m aguas abajo del final de la zona de infiltración, despreciando la dispersión-difusión longitudinal.

Fórmulas útiles:

$$d = \frac{x}{x+x_s} D; \quad t = \frac{nD}{N} \ln \left(\frac{x}{x_s} + 1 \right); \quad C = C_o e^{-\kappa t}$$

$$C = C_0 \exp(-mx); \quad m = \frac{\kappa}{v_s} \quad \text{si } D_L = 0; \quad v_s = \frac{v}{n}$$

5. GENERAL**Pregunta 5.1**

Explicar la diferencia entre los procesos de retardo y atenuación que pueden tener lugar cuando un contaminante es transportado en un acuífero. Indicar al menos un proceso específico de cada categoría.

Pregunta 5.2

En el curso se ha trabajado con modelos de mezcla completa en lagos. ¿Cuál considera que es el mecanismo principal que atenta contra esta hipótesis, y cuál el que más contribuye a su verificación?

Pregunta 5.3

Explicar en pocas palabras qué se entiende por Zona de Uso Limitado alrededor de una descarga.

Pregunta 5.4

Si se expresa la relación entre una velocidad típica de flujo en un río y en aguas subterráneas como 10^n , ¿qué valor piensa que tiene n ?

Pregunta 5.5

Indicar qué tipo de modelación seleccionaría para cada uno de los casos siguientes, en términos de la dimensionalidad (0D, 1D, 2D, 3D) y la dirección (horizontal, vertical).

Caso	1	2	3	4
Vertical	Bien mezclado	Estratificado	Bien mezclado	Estratificado
Horizontal	Homogéneo	Homogéneo	Heterogéneo	Heterogéneo

Pregunta 5.6

Explicar para qué casos utilizaría un modelo unidimensional en un problema de transporte de contaminantes en aguas subterráneas.

Pregunta 5.7

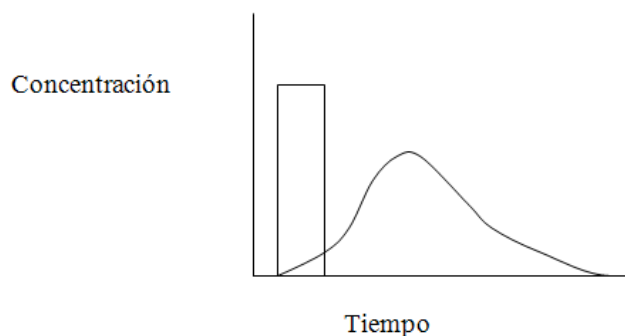
Explicar qué entiende por fuente puntual y fuente no puntual (o distribuida) de contaminación. Indicar algún caso dónde la categorización depende de la escala de estudio.

Pregunta 5.8

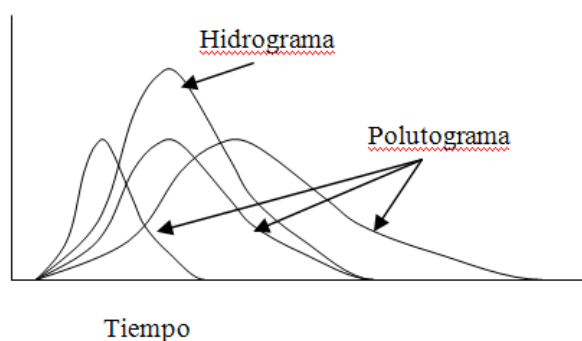
Explicar qué entiende por dispersión mecánica en el flujo de aguas subterráneas, y cómo influye en el transporte de contaminantes.

Pregunta 5.9

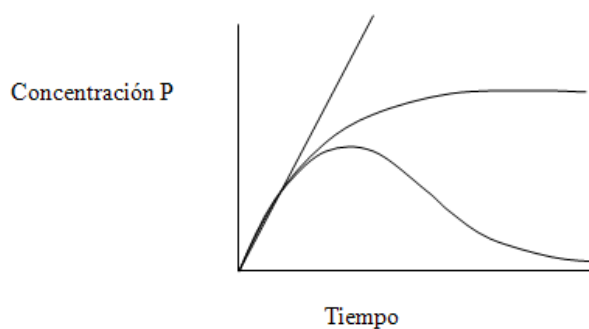
En una experiencia (tipo Darcy) en la cual se inyecta un pulso de contaminante conservativo en un flujo a través de un medio poroso, se observa a la salida el polutograma (serie temporal de concentración) que se muestra en la figura. Esquematizar el polutograma que se observaría si la sustancia hubiera estado sometida a un proceso de sorción.

**Pregunta 5.10**

En la siguiente figura se muestra el hidrograma (serie temporal de caudal) que se observa a la salida de una cuenca urbana luego de una lluvia intensa y prolongada. Indicar cuál de los tres polutogramas, para un contaminante lavado por la lluvia, sería el esperado, y por qué.

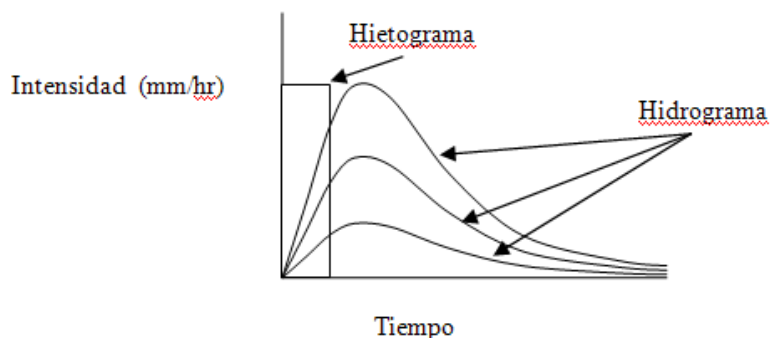
**Pregunta 5.11**

Se efectúa un desarrollo urbano en la cuenca de aporte a un lago, el cual está alimentado por agua de deshielo y descargado por un arroyo, con lo cual se mantiene equilibrado en un nivel de agua. Inicialmente el lago tenía una concentración muy baja de P, pero a partir del establecimiento de la urbanización se genera un aporte de P prácticamente constante en el tiempo. Indicar cuál de los tres polutogramas de P sería el esperado, y por qué.



Pregunta 5.12

Se produce un pulso de lluvia, cuyo hietograma (en mm/hr) se grafica en la siguiente figura. Allí también se representan tres posibles hidrogramas de caudal por unidad de área de la cuenca (en mm/hr) a la salida de la cuenca. Indicar cuál de los tres hidrogramas sería el esperado, y por qué.

**Problema 5.13**

Considérese un experimento de Darcy en el cual fluye un caudal Q a través de un área A de un medio poroso de extensión L . En $t = 0$ se inyecta un pulso cuadrado de contaminante de duración τ y concentración c_0 . Esquematice la serie temporal de concentración a la salida considerando las siguientes situaciones:

Caso	Disp.mecánica	Retardamiento	Atenuación	Incentivación de movilidad
1	NO	NO	NO	NO
2	SI	NO	NO	NO
3	NO	SI	NO	NO
4	NO	NO	SI	NO
5	NO	NO	NO	SI

Problema 5.14

Calificar los siguientes procesos, de acuerdo a si se tratan de mecanismos de retardación (R), atenuación (A) o incentivación de la movilidad (I):

Contaminante	Proceso	Calificación
Níquel	Precipitación	
Constituyente orgánico	Introducción de solvente orgánico	
Sustancia orgánica	Biodegradación	
Químico orgánico	Oxidación	
Orgánico hidrofóbico	Adsorción a superficie mineral	
Ión metálico	Complejización	
Moléculas orgánicas	Adherencia a materia húmica	
Iones de calcio	Intercambio con iones de sodio en superficie arcillosa	
Oxígeno disuelto	Volatilización	
Fenol	Ionización	
Compuesto clorinado	Hidrólisis	
Cationes inorgánicos	Lixiviación	