



**Universidad de Buenos Aires**

**Facultad de Ingeniería**

**Tesis de Grado en Ingeniería Civil**

**MODELO NUMÉRICO DE EVOLUCIÓN DE PLAYAS**

**por**

**Evangelina GARAVENTO**

**MARZO 2005**

# Tesis de Grado en Ingeniería Civil

## MODELO NUMÉRICO DE EVOLUCIÓN DE PLAYAS

Tesista: **Srta. Evangelina GARAVENTO**

Tutor: **Dr. Ángel Nicolás MENÉNDEZ** (FIUBA – Universidad de Buenos Aires)

Presentada: **Marzo 2005**

Tribunal Examinador:

**Ing. Roberto Castellano** (Instituto Nacional del Agua)

**Dr. Walter Dragani** (Servicio de Hidrografía Naval, Armada Argentina)

**Dr. Carlos Laciana** (FIUBA – Universidad de Buenos Aires)

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradezco durante todo este tiempo el apoyo e interés de todos los que estuvieron conmigo, en especial a :

A mi familia por todo el apoyo, paciencia y contención. A la familia Cuda y Koutsovitis por ser una extensión de la mía.

A mi tutor de tesis, el Dr. Ángel N. Menéndez, por su atención, guía y tiempo dedicado en el desarrollo y corrección de la tesis.

Al Dr. Carlos Laciana y al Ing. Castellano por su atención.

A los integrantes del Tribunal Examinador, que aceptaron dedicarle parte de su tiempo a la evaluación de este trabajo.

A los “chicos de la facu”, por simplemente estar siempre. A Nora y a Matias, por su apoyo e interés. A los profes de Pro Activa por su apoyo y contención. A Nati, Caro, Susan, Silvi y Fede por su apoyo a la distancia.

A la Dra. Agnés Paterson, por su apoyo, interés y por incentivar me en la investigación .

A las chicas de CAT, al Ing. Lori e Ing. Alperín, por toda su colaboración y atención.

Evangelina Garavento  
[evangaravento@hotmail.com](mailto:evangaravento@hotmail.com)

## INDICE

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>01</b>
1.2	Objetivos	02
<b>2</b>	<b>Modelo Matemático</b>	<b>03</b>
2.1	Procesos básicos	03
2.2	Descripción del modelo	05
2.3	Análisis de los modelos en genera	06
2.4	Hipótesis de cálculo	07
2.5	Modelo de olas	08
2.6	Modelo de disipación de la energía en la zona de rompiente	12
2.7	Modelo de Transporte de Sedimentos	14
2.8	Modelo de Evolución de Fondo	17
<b>3</b>	<b>Modelo Numérico</b>	<b>19</b>
3.1	Algoritmo para el cálculo de la altura de ola	19
3.2	Algoritmo para el cálculo de la longitud de onda	23
3.3	Algoritmo para el cálculo de transporte de sedimento	24
3.4	Algoritmo para el cálculo de la altura de fondo	25
<b>4</b>	<b>Validación del Problema Numérico</b>	<b>26</b>
4.1	Datos del problema	26
4.2	Instante Inicial	27
4.3	Evolución del perfil de playa	38
4.4	Otros ensayos de validación	44

<b>5</b>	<b>Aplicación del Modelo Numérico</b>	<b>47</b>
5.1	Descripción del problema	47
5.2	Datos del problema	48
5.3	Resultados	49
<b>6</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>55</b>
<b>7</b>	<b>Simbología</b>	<b>57</b>
<b>8</b>	<b>Bibliografía</b>	<b>58</b>

## CAPÍTULO I

### 1 INTRODUCCION

Se define a la *costa* como aquella porción de tierra que entra en contacto con el mar, región de indefinido ancho y extensión.

Se entiende como Ingeniería Costera o de Costas, a aquella disciplina de la Ingeniería, en la cual se requiere un conocimiento de numerosas técnicas, para la obtención de soluciones a problemas asociados con los cambios inducidos tanto naturalmente, como por los humanos en la zona costera. La ausencia o no de estructuras, es otro de los puntos a analizar, como así también, los impactos positivos o negativos, como productos de los cambios en dicha zona.

Algunos de los procesos que la Ingeniería Costera deberá tener en cuenta, son los siguientes:

- Procesos del Medio Ambiente (químicos, geológicos)
- Procesos Hidrodinámicos (viento, olas, variaciones de nivel de agua, corrientes de agua)
- Procesos Meteorológicos (huracanes, tormentas)
- Procesos Sedimentológicos (transporte de partículas)
- Cambios a largo plazo (nivel de agua de mar, cambios climáticos)
- Condiciones políticas y sociales (uso de la tierra, leyes de seguridad pública, económica)

Dentro de la costa existen zonas que se caracterizan por poseer como material propio del lugar materiales sueltos, generalmente arena, de pendientes suaves, en donde el mar actúa constantemente. A esa zona se la denomina *playa*.

La playa, como parte de la geografía, es el sitio en el que se desarrollan distintas actividades. Sus modificaciones son de carácter importante para los usos que se le pueden dar. Es en la costa donde podemos encontrar los puertos, realizando actividades comerciales, donde se localizan o construyen ciertas estructuras que modifican el estado natural de la playa, como por ejemplo, escolleras, que se interponen en el transporte longitudinal de sedimento.

La playa, sin duda, es un recurso natural de gran importancia turística, como lugar de recreación.

Siendo además, parte del ecosistema, con una evolución de especies propia.

Por otro lado, y desde un punto de vista cultural o arqueológico, las costas son una parte muy importante en el transcurso de la historia humana, ya que muchas sirvieron de zona de asentamiento de diversas colonias, lugar de pesca, y navegación.

Es sabido que las playas se encuentran en una constante evolución en busca de un punto de equilibrio, produciéndose cuando la playa mantiene su forma física y la tasa de material erogado es igual a la tasa de material depositado en la misma.

Esos cambios morfológicos son producto de una serie de fenómenos físicos que se desarrollan en la zona cercana a la costa, que, al no encontrarse totalmente definidos al tiempo de hoy, siguen siendo material de estudio.

Entre los fenómenos físicos que se pueden llegar a producir se puede mencionar una tormenta o simplemente la acción de las olas que actúan en el tiempo. Estos fenómenos son generalmente los que presentan la tendencia de llevar a los perfiles de las playas hacia una pendiente más suave.

## 1.2 OBJETIVOS

El objetivo de un análisis en una playa es poder cuantificar, justamente, la tasa de material transportado en dirección perpendicular a la costa, no solamente para conocer la nueva forma que adquirirá el perfil, sino también posibles problemas, como la erosión que se produce en ella, y de ésta manera poder establecer las soluciones ingenieriles que correspondan, como un posible relleno en la playa u obras de arte, según corresponda.

El presente trabajo consiste en la implementación, validación y explotación de un modelo matemático unidimensional de transporte de sedimentos y de la evolución temporal del perfil de playa tomando como base el planteado por O'Connor & Nicholson (1999). Se trata de un modelo mecanístico, toma en cuenta diferentes procesos y los efectos de los mismos, relativamente elaborado, constituido por un módulo hidrodinámico (transformación de olas), uno de transporte de sedimentos y otro de evolución morfológica, teniendo en cuenta los procesos específicos que se producen en la zona surf. Con el objetivo de comprender la influencia que los distintos parámetros del modelo tienen sobre los cálculos, durante la descripción del modelo se presenta la distribución longitudinal de esos parámetros a lo largo de un perfil de playa. Como caso de aplicación se utiliza la zona costera de Río Grande, en Tierra del Fuego.

En el capítulo II se realiza la descripción correspondiente de los fenómenos que se presentan y que actúan sobre un perfil de playa (acción del viento, olas, etc.). Se muestran, también, las hipótesis planteadas para la implementación del método correspondiente. El modelo de generación de olas, de transporte y de evolución del perfil, se desarrollan en este mismo capítulo, con todas las ecuaciones que los representan.

El capítulo III presenta los algoritmos utilizados para cada uno de los modelos anteriormente mencionados, además de los desarrollos matemáticos correspondientes a las principales ecuaciones.

En el capítulo IV se muestran los resultados que se obtuvieron sobre el perfil base que se utilizó para realizar la validación del modelo; la distribución de los valores obtenidos para cada una de las variables en el instante inicial; y la misma distribución de las variables mostradas anteriormente, en cuatro instantes diferentes: el inicial, el final, y dos instantes intermedios para poder apreciar su variación en el tiempo. Finalmente se realiza la comparación del nuevo perfil obtenido con los resultados experimentales.

El capítulo V muestra la aplicación del modelo a la playa de Río Grande, en Tierra del Fuego.

En el capítulo VI se desarrollan las conclusiones.

La lista de símbolos utilizados se indica en el capítulo VII.

Finalmente se indica la bibliografía que fue utilizada para el desarrollo de la presente tesis.



## CAPÍTULO II

### 2 MODELO MATEMÁTICO

#### 2.1 Procesos básicos

Cuando el viento sopla sobre una superficie de agua plana, se produce una fricción entre el aire y el agua que tiende a ondular dicha superficie. A esa ondulación se la denomina OLA. Las olas son ondas de oscilación sin traslación de masa en un medio líquido.

Si el viento aumenta su intensidad, sopla durante más tiempo y sobre una distancia más larga, las olas se hacen más altas y largas, obteniéndose también períodos mayores.

La zona en la cual el viento actúa sobre el agua y genera olas se llama ZONA DE GENERACIÓN, y la longitud de dicha zona se denomina FETCH (distancia ininterrumpida sobre la cual sopla el viento sin un cambio significativo en su dirección).

En aguas donde la profundidad no es suficientemente grande las olas tiene efecto sobre el lecho marino, siendo las mismas capaces de inducir el movimiento de materiales sueltos (sedimentos). Si la ola se propaga en dirección perpendicular a la costa, se produce lo que denominamos *transporte transversal (cross-shore)*, mientras que si el frente de ola avanza con cierta inclinación hacia la costa se genera una corriente (long-shore current), originándose el *transporte litoral*. Es importante poder destacar que el transporte de sedimentos se realiza de manera tridimensional, sin embargo los dos tipos de transporte antes mencionados pueden tratarse de manera separada, debido a los mecanismos de transporte y a las escalas de tiempo en las que ocurren, los efectos del transporte litoral se observan en períodos de tiempo muchos más largos que el transporte transversal. Cuando se trabaja de manera independiente un tipo de transporte del otro, y se considera la dirección perpendicular a la línea de costa, la playa puede ser caracterizada por su perfil.

Cuando la ola, se acerca a la costa, llega un momento donde comienza a interactuar con el fondo produciéndose la rompiente de la misma. Al producirse dicha rompiente se generan tensiones por turbulencia incrementando el transporte de sedimento.

Durante una tormenta se establece un mar confuso dentro de la zona de rompientes y las olas "atacan" la playa con intervalos regulares desde diferentes direcciones. La pendiente de la playa llega hasta un punto donde el mar aumenta la intensidad de retorno. En este proceso una gran cantidad de arena es removida de la superficie de la playa y transportada mar adentro de la zona de rompientes, donde es depositada en aguas relativamente profundas en forma de barras de arena.

A medida que la barra de arena crece, la zona de rompiente se traslada en dirección al mar. Este proceso hace que las olas rompan cada vez más lejos de la costa y disipen una cantidad considerable de energía antes de llegar a la playa. El proceso continúa hasta que la erosión se detiene.

Dentro de lo que denominamos playa existen diferentes zonas. Una de ellas, y la que nos requiere la mayor atención, es la denominada Zona Surf. Es aquella franja que se extiende desde la línea de rompiente de la ola hasta la orilla de la playa. En esta zona y considerándose solamente como un problema bidimensional, el material se transporta solamente en forma perpendicular a la línea costera y se encuentra predominantemente en suspensión.

La siguiente figura indica las distintas zonas que encontramos en la playa, las partes de la misma, como las posibles bermas o barras que se forman mar adentro.

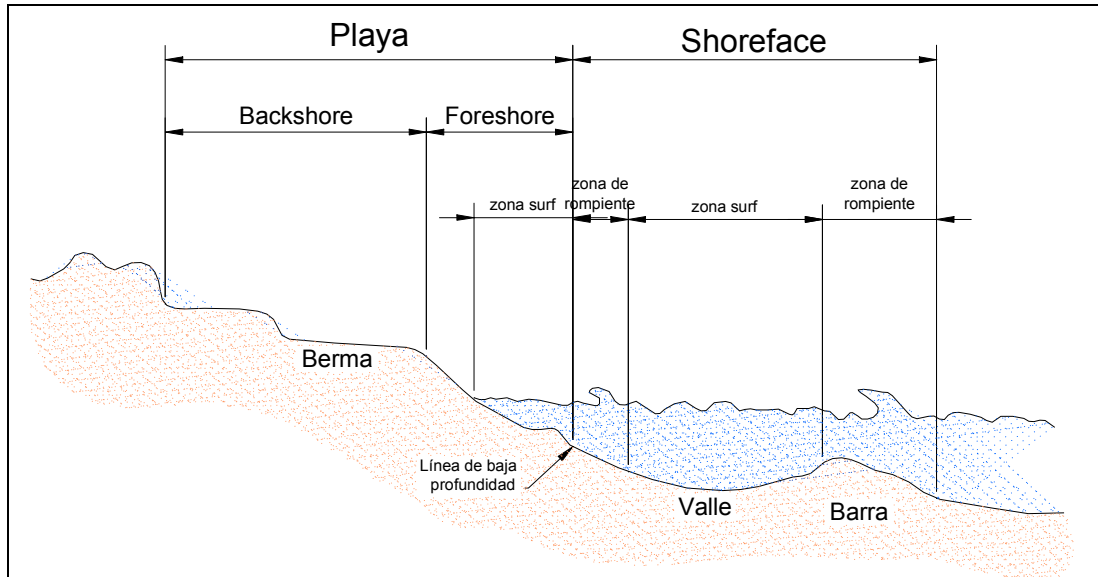


Figura 2.1.1 Perfil costero y sus distintas zonas

## 2.2 Descripción del Modelo

Se desarrolló el modelo unidimensional en transporte de sedimento de O'Connor – Nicholson. Unidimensional, ya que contempla el análisis del transporte de sedimento en una sola dirección, que en este caso, es la que denominamos dirección transversal, es decir, en forma perpendicular a la línea costera. Este transporte de sedimento será evaluado para poder determinar la evolución del perfil de la playa a lo largo de un período de tiempo.

El modelo a desarrollar está formado por tres módulos, completamente relacionados el uno con el otro.

Uno de ellos es la modelación de la ola, el cual nos permite obtener las distintas alturas de ola, una vez que la misma alcanza su altura de rompiente, hasta la línea costera. El modelo toma en cuenta la acción de las olas, ya que son ellas, las que intensifican el transporte de sedimento.

Es por ello que el otro módulo que contiene el modelo, es el que corresponde al cálculo del transporte de sedimento, que constituye el dato necesario para poder determinar la nueva forma que adquirirá dicho perfil. Dicho módulo contempla la relación entre tensiones existentes generadas, no sólo por la acción de la ola con el fondo de la playa, sino también la tensión con la que comienza el movimiento de partículas.

Finalmente el último módulo es el que nos permite modelar la evolución del perfil, una vez determinada la tasa de transporte, a través del tiempo. Es decir nos permite calcular las variaciones en forma del perfil a medida que se manifiesta un transporte de sedimento.

## 2.3 Análisis de los modelos en general.

El transporte de sedimentos es una componente crítica en muchos problemas de la ingeniería costera, donde podemos incluir la sedimentación en canales de navegación, el transporte en la zona litoral, como ejemplos dentro de los muchos puntos que este tema concierne.

En la mayoría de los métodos utilizados para la predicción de un cambio de un perfil de playa, la hipótesis básica es la conservación del volumen de arena en el perfil activo. Esto implica que una erosión en algún lugar de la playa, se verá compensada con un depósito de material en alguna otra.

En cuanto a la Ingeniería Costera, uno de los problemas básicos que debe estudiar, es la determinación del perfil de playa y su respuesta ante la acción del oleaje. Ese perfil buscado es el perfil de equilibrio, el cual tiende a no modificarse por la acción marina en el transcurso del tiempo.

Existen fórmulas empíricas para la representación del perfil (Dean, Larson).

Son 3 los puntos fundamentales que varios autores han expresado en sus estudios.

1. La evolución del perfil con el transcurso del tiempo, debido a la acción de una variación del nivel de agua o debido a tormentas y por consecuencia la acción de las olas.
2. La tasa de arena necesaria para rellenar una playa.
3. La erosión bajo un muro de protección.

▪ Son diversos los métodos estudiados para la predicción de la evolución del perfil, dentro de los cuales podemos encontrar el método de Hanson – Larson (1999), en el que se calcula el transporte de sedimento producido bajo una supuesta pendiente de equilibrio a la que llega el perfil. Este modelo está basado en el modelo GENESIS (Larson et al, 1988), que tiene en cuenta el transporte de sedimento en dirección normal a la costa durante las tormentas, asociado a un cambio de posición de la línea costera y al clima de olas correspondiente.

▪ El modelo de Smit, Mock y Diedericks, trabaja la evolución del perfil bajo la simulación de la hidrodinámica de la costa, el transporte de sedimento y claro está, la evolución del fondo. Está basado en la realización de ensayos de laboratorio. Este modelo tiene en cuenta las corrientes de ola, por lo cual, el modelo toma en cuenta los fenómenos de bajío y refracción, bajo la acción de olas monocromáticas (igual período).

▪ Dean en su modelización del perfil de playa, toma en cuenta la posibilidad de la existencia de barras en el fondo, trabajando con la pendiente media del mismo. Estas barras surgen como producto de una recesión de la línea costera, depositando el material erosionado mar adentro, luego de ocurrida la tormenta. La idealización del perfil de equilibrio se desarrolla mediante una ecuación empírica, a través de las características del sedimento, las olas y las variaciones del nivel de agua.

▪ Swart (1976) desarrolló un método empírico bajo la condiciones de ola y sedimento. Destaca 3 zonas en la playa con distintos mecanismos de transporte de sedimento: el BackShore donde se produce el runup de la ola, el perfil denominado D, donde el material se encuentra en suspensión y como carga de fondo, y finalmente la zona de transición, que se extiende desde la zona donde la ola comienza a producir movimiento de sedimento hasta la zona D. Reconoce un perfil de equilibrio, en donde su evolución se obtiene mediante estos tres pasos:

1. Cómputo del perfil de equilibrio
2. Cómputo de la arena transportada, requerida para el equilibrio-del perfil.
3. La combinación de (1) y (2) para predecir el tiempo en el cual estas condiciones ocurren.

- El modelo de Vellinga (1983), está basado en ensayos de modelos en distintas escalas, para luego confirmar los resultados, en un ensayo de laboratorio a gran escala. El perfil erosionado fue encontrado en función de la altura de la ola y el tamaño del grano de sedimento, representado en una ecuación empírica.

- Conley (2003), para poder predecir el transporte de sedimento costera en una playa durante una tormenta, separa el transporte transversal del longitudinal. El modelo presentado posee ciertas limitaciones producidas por los procesos naturales de las olas, diferencias entre las características “actuales” del sedimento y el utilizado en el modelo de diseño, y aproximaciones inherentes al modelo, cuando se combina el transporte de sedimento en las dos direcciones. En la dirección normal, se trabaja con pendientes más grandes que las que resultan luego como pendientes de equilibrio.

- Wood y Windows (2002) desarrollan un modelo empírico unidimensional de transporte de sedimento en dirección normal a la costa, junto con un modelo semi empírico de erosión y depósito de material cohesivo. Toman como perfil representante aquel que es uniforme longitudinalmente. El material en suspensión se asume totalmente distribuido en la columna de agua. La erosión se calcula como función de la velocidad de corriente, velocidad que se mide 10 cm por encima del fondo donde se encuentra la velocidad promedio. Este modelo se corre en intervalos de tiempo que duran 60 segundos.

- En la actualidad Cox realiza en el laboratorio de la Universidad de Oregon, experiencias de laboratorio para el transporte perpendicular a la costa. Tanto a gran, como a pequeña escala en la zona de bajío, surf y swash utiliza un prototipo que combina modelos de procesos de sedimentos, transformación de olas y corrientes. La validación de dichos ensayos se realiza bajo un modelo numérico de evolución de perfiles. Este modelo se basa en el transporte de material en suspensión en la zona surf.

El modelo desarrollado en la presente tesis justamente, toma las características propias del sedimento, su diámetro, su velocidad de caída terminal, su máxima tensión de corte, así como también, las características propias de la playa, su pendiente inicial, su punto de rompiente. Sin dejar de lado, como ya hemos introducido anteriormente, la acción de las olas, su modificación a medida que se acerca a la costa, su ruptura, su altura, longitud, período, energía, velocidad de fase, de grupo y orbital correspondiente para cada punto del perfil en análisis.

Es en un todo, lo que nos determina el caudal de material transportado en un lapso de tiempo transcurrido, permitiendo, a su vez, cómo el perfil en estudio va variando su forma.

## **2.4 Hipótesis de cálculo.**

El modelo desarrollado es unidimensional, es decir que el análisis del transporte de sedimento se realiza en una sola dirección, que es la dirección normal a la costa. La ola incide en esa misma dirección, implicando que el perfil no sufre variaciones en sentido lateral como consecuencia de la inexistencia de transporte litoral.

Se considerará dato la altura de la ola en aguas profundas, definiéndose como aguas profundas cuando la relación  $d/L$  es mayor a 0.5, siendo  $d$  la profundidad y  $L$  la longitud de onda de la ola.

El equilibrio que se plantea es local, es decir que, para ese perfil en cada intervalo de tiempo estamos considerando una nueva condición que se verá modificada por la acción de las olas.

El modelo a desarrollar es unidimensional, es decir que el análisis del transporte de sedimento se realiza en una sola dirección, que es la dirección normal a la costa. La ola incide en esa misma dirección, implicando que el perfil no sufre variaciones en sentido lateral como consecuencia de la inexistencia de transporte litoral.

Para el análisis del punto de rompiente, si bien se recurrió a la condición establecida por McCowan, no se determinó el punto de exacto de localización del mismo, sino su cercanía. Estableciéndose la relación  $H/d$ , siendo éste el punto de comparación igual al valor de 0.78, se observaron los puntos por debajo y por encima del mismo. Se consideró como lugar físico de la rompiente, aquel donde la relación  $H/d$  resultaba inmediatamente superior al valor límite antes establecido. Finalmente se obtuvo el valor correspondiente de la altura de ola para que la relación entre la altura y la profundidad correspondiera exactamente a la indicada por McCowan. A. T. Ipper en su libro *Estuary and Coastal Hydrodynamics*, muestra como el criterio de McCowan para ondas oscilatorias, es de correcta aplicación para valores de  $d/T^2 < 0.33 \text{ m/s}^2$ .

Para la determinación del intervalo de tiempo utilizado el cual nos permite computar la variación del perfil, se adoptó aquel tiempo que no permitiera una variación mayor del 10% entre cotas de profundidades, entre el perfil considerado como inicial y el que se origina una vez transcurrido dicho tiempo.

## 2.5 Modelo de olas.

Como se ha descrito anteriormente, es la acción de las olas las que generan el transporte de sedimento. Es por ello que se deberá caracterizar la ola que actúa sobre nuestro perfil. Debemos determinar las parámetros básicos de la misma, como así también, las tensiones que ellas generan.

La teoría lineal de olas, presentada por Airy en 1845 y la utilizada en este trabajo, es fácilmente aplicable, con un tratamiento matemático sencillo, con razonables resultados para la determinación de los parámetros de las olas. Esta teoría trabaja con ondas representadas sinusoidalmente, siendo las mismas de pequeña amplitud y progresivas.

Uno de los parámetros fundamentales de la ola, y al cual apunta el modelo de olas es a la obtención de la altura de la ola. Para ello previamente deberán definirse los siguientes parámetros presentados por el Coastal Engineer Manual (CEM), (2002)

Su período  $T$ , nos permite obtener la frecuencia angular:

$$\omega := \frac{2 \cdot \pi}{T} \tag{2.5.1}$$

La longitud de onda en aguas profundas está dada por:

$$L_0 := \frac{g \cdot T^2}{2 \cdot \pi} \quad (2.5.2)$$

$g$  es la aceleración de la gravedad.

Para poder determinar la longitud de la ola en cada punto del perfil se utiliza la siguiente ecuación:

$$L := \frac{g \cdot T^2}{2 \cdot \pi} \cdot \tanh\left(2 \cdot \pi \frac{d}{L}\right) \quad (2.5.3)$$

Al tener la longitud de ola, estamos en condiciones de poder determinar la velocidad de fase propia de la ola:

$$C := \frac{L}{T} \quad (2.5.4)$$

La velocidad de fase, en aguas profundas está dada por:

$$C_0 := \frac{L_0}{T} \quad (2.5.5)$$

Al número de onda se lo define como:

$$k := \frac{2 \cdot \pi}{L} \quad (2.5.6)$$

La figura que se muestra a continuación muestra los distintos parámetros de una ola, se indican en la misma, su longitud, su amplitud y por ende su altura, así como también sus zonas representativas (valles y crestas)

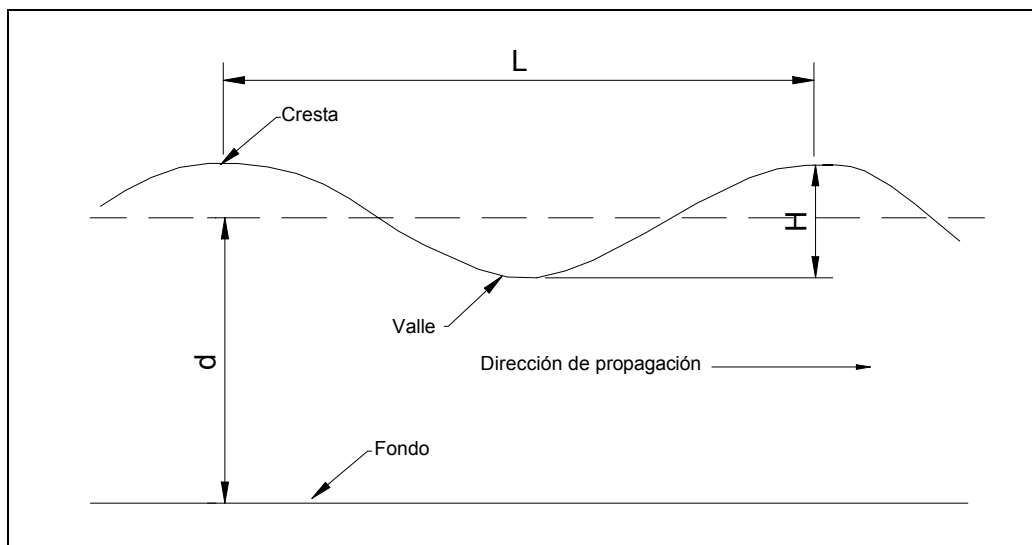


Figura 2.5.1 Representación de la ola (teoría lineal de olas, Airy 1845)

La celeridad de grupo, dada por la velocidad de avance del tren de olas, se calcula como:

$$C_g := n \cdot C \quad (2.5.7)$$

Siendo n:

$$n := \frac{1}{2} \cdot \left( 1 + \frac{\frac{4 \cdot \pi \cdot d}{L}}{\operatorname{senoh} \left( \frac{4 \cdot \pi \cdot d}{L} \right)} \right) \quad (2.5.8)$$

La celeridad de grupo en aguas profundas, se obtiene como:

$$C_{go} := \frac{1}{2} \cdot C_o \quad (2.5.9)$$

Cuando se considera el problema de la propagación de la ola en forma bidimensional, se está aceptando la hipótesis de que la playa se compone de líneas de nivel (isobatas) paralelas, produciéndose de esta manera una propagación de las olas en dirección perpendicular a las mismas. En éste caso al no producirse un cambio de dirección del tren de avance, no se hace presente el fenómeno de refracción, y el único mecanismo actuante, por el cual el fondo actúa con el las olas es el BAJÍO. Este fenómeno comienza a hacerse presente cuando la ola comienza a “sentir” el fondo de la playa, es decir, cuando la profundidad es menor a la mitad de la longitud de la ola (aguas poco profundas).

El bajío se ve representado mediante un coeficiente, que de ahora en más lo denominaremos Ks:

$$K_s := \sqrt{\frac{C_{go}}{C_g}} \quad (2.5.10)$$

Este coeficiente relaciona la altura de la ola en aguas profundas, con la altura de la ola en cualquiera de los puntos del perfil según la siguiente expresión:

$$H := K_s \cdot H_o \quad (2.5.11)$$

Uo corresponde a la velocidad orbital en el fondo de la playa, según lo planteado por el CEM (2002), definida como:

$$U_o := \frac{H \cdot g \cdot T}{2 \cdot L \cdot \cosh \left( 2 \cdot \pi \cdot \frac{d}{L} \right)} \quad (2.5.12)$$

La densidad de energía (CEM, 2002), que genera la ola, está dada en función de la altura de la ola. Según la teoría de Airy, al producirse una propagación de la ola en una sola dirección, las componentes de la energía potencial y cinemática son iguales, por lo tanto la expresión de la densidad de energía, resultante de la energía media total por unidad de superficie, está dada por la siguiente expresión

$$E := \frac{\rho \cdot g \cdot H^2}{8} \quad (2.5.13)$$

El crecimiento de la altura de la ola se ve limitada por su longitud y la profundidad. Para una determinada profundidad y período de ola, existe una altura de ola donde la misma se vuelve inestable y rompe. La máxima altura que adquiere se la denomina altura de ola rompiente ( $H_B$ ).

Debido a que es difícil la determinación del punto de rompiente, y existen diversos métodos y soluciones posibles para la obtención del mismo, se adoptó el criterio, según lo establecido por McCowan, que establece la relación entre la altura de la ola y la profundidad:

$$\frac{H_B}{d} := 0.78 \quad (2.5.14)$$

Al interactuar la ola con el fondo, se genera una tensión de corte que, de acuerdo a lo planteado por Van Rijn (1993), se denomina  $\tau_B$ :

$$\tau_B := \frac{1}{2} \cdot U_o^2 \cdot \rho \cdot f_w \quad (2.5.15)$$

Donde:

$\rho$  es el peso específico del fluido.

$f_w$  es un coeficiente de fricción, de acuerdo a lo planteado por Van Rijn (1993), que se determina en función de dos parámetros.

$$f_w := e^{\left[ -6 + 5.2 \cdot \left( \frac{d}{K_x} \right)^{-0.19} \right]} \quad (2.5.16)$$

Uno de ellos relaciona la profundidad con la rugosidad equivalente del sedimento, a la que denominaremos  $\chi$ , como la inversa de la rugosidad relativa. El otro parámetro a definir es el número de Reynolds.

Donde se define a la inversa de la rugosidad relativa, de acuerdo a la planteado por Vanoni et al., como:

$$\chi := \frac{d}{K_x} \quad (2.5.17)$$

Definiéndose la rugosidad equivalente del sedimento, para el caso de lecho sin formas de fondo según lo planteado por Vanoni et al., como:

$$K_x := 3 \cdot d_{90} \quad (2.5.18)$$

Donde  $d_{90}$ , representa el tamaño de la trama de tamiz que deja pasar el 90% de la muestra de sedimento.

El último parámetro que nos queda por definir es el número de Reynolds:



$$Re := \frac{U_o \cdot d}{\nu} \quad (2.5.19)$$

Donde  $\nu$  es la viscosidad cinemática del fluido.

La rompiente de la ola, genera en el fondo una tensión por turbulencia,  $\tau_T$  de acuerdo a lo planteado por Ohnaka & Watanabe (1990):

$$\tau_T := \rho \frac{1}{3} \cdot (n \cdot f_D \cdot E)^{\frac{2}{3}} \quad (2.5.20)$$

Donde  $f_D$  es definido como el factor de disipación de la energía, según lo plantean Watanabe & Dibajnia (1988).

## 2.6 Modelo de disipación de la energía en la zona de rompiente

A partir del punto donde la ola alcanza su altura máxima se produce una pérdida de energía, reflejada en la disminución de la altura de la ola. El factor que determina esa disminución de energía, (Watanabe & Dibajnia, 1988), está representada por la siguiente expresión:

$$f_D := \alpha_D \cdot \tan(\beta) \cdot \left[ \left( \frac{g}{d} \right) \cdot \frac{(q_M - q_R)}{(q_S - q_R)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.6.1)$$

$\alpha_D$  corresponde a un coeficiente de calibración del método el cual vale:

$$\alpha_D := 3 \quad (2.6.2)$$

$\beta$  es ángulo de la pendiente de la playa al punto de rompiente.

$q_M$  es la amplitud del caudal, resultado de la integración de la velocidad de las partículas de agua en la profundidad, de acuerdo a la planteado por Watanabe & Dibajnia (1988). El desarrollo matemático de la expresión que lo representa será completamente detallado en el Capítulo III

$$q_M := \frac{H}{2} \cdot g \cdot \frac{T}{L} \cdot \frac{1}{\cosh(k \cdot d)} \cdot \frac{\sinh(k \cdot d)}{k} \quad (2.6.3)$$

$q_R$ , también planteado por Watanabe & Dibajnia (1988), es el caudal inducido por las olas que ingresan a un área donde la profundidad  $d$  es constante, luego de producirse la rompiente. Al ingresar en ésta área, las olas rompen al inicio, para luego recorrer la zona de transición, y finalmente encuentran su forma estable sin perder mas energía.

Se encuentra definido mediante la siguiente expresión:

$$q_R := \alpha_r \cdot C \cdot d \quad (2.6.4)$$

Estando  $\alpha_r$  definida por la siguiente ecuación:

$$\alpha_r := 0.4 \cdot \left( \frac{a}{d_B} \right) \quad (2.6.5)$$

Siendo  $d_B$  la profundidad a la que rompe la ola.

$$a := \frac{H_B}{2} \quad (2.6.6)$$

De acuerdo a lo planteado por Watanabe & Dibajnia (1988),  $q_s$  es el otro caudal inducido por las olas que ingresan a la zona surf de la playa, la cual mantiene una pendiente de fondo constante. La ecuación representante se muestra a continuación:

$$q_s := \alpha_s \cdot C \cdot d \quad (2.6.7)$$

$$\alpha_s := 0.4 \cdot (0.57 + 0.53 \cdot \tan(\beta)) \quad (2.6.8)$$

Una vez que la ola rompe, existe lo que denominamos una ola residual o remanente. La determinación de la altura de ésta ola justamente la da el modelo de ola.

El modelo se encuentra representado por las siguientes ecuaciones, de acuerdo a lo planteado por Watanabe & Dibajnia (1988):

$$\frac{d}{dt} q + C^2 \cdot \frac{d}{dx} \xi + f_D \cdot q := 0 \quad (2.6.9)$$

$$\frac{d}{dt} \xi + \left( \frac{1}{n} \right) \cdot \frac{d}{dx} (n \cdot q) := 0 \quad (2.6.10)$$

Donde:

t es el tiempo

x es la coordenada en horizontal

$f_D$  es el factor de disipación de energía, definido por Watanabe y Dibajnia (1989)

$\xi$  es el desplazamiento instantáneo del agua

q es el caudal instantáneo integrado en la profundidad

El desarrollo correspondiente de las fórmulas antes mencionadas serán tratadas en el Capítulo III, sin embargo, a continuación se detallan las expresiones simplificadas:

$$i \cdot \omega \cdot q_o + C^2 \cdot i \cdot k \cdot \frac{H}{2} + \frac{C^2}{2} \cdot \frac{d}{dx} H + f_D \cdot q_o := 0 \quad (2.6.11)$$

$$i \cdot \omega \cdot \frac{H}{2} + i \cdot k \cdot q_o + \frac{d}{dx} q_o + \frac{q_o}{n} \cdot \frac{d}{dx} n := 0 \quad (2.6.12)$$

Una vez obtenidos todos los parámetros de la ola, y por ende, caracterizada para cada uno de los puntos analizados, estamos en condiciones de proceder al cálculo del caudal de sedimento transportado.

## 2.7 Modelo de Transporte de Sedimento.

Como habíamos explicado anteriormente, dentro de las hipótesis simplificativas, el equilibrio que se plantea es para cada nuevo perfil.

El modelo que plantean O'Connor & Nicholson (1999), se encuentra definido por la siguiente ecuación:

$$Q := F_{D1} \cdot F_{D2} \cdot [A_w \cdot (\tau_B - \tau_C) + A_{wB} \cdot \tau_T] \cdot \frac{U_o}{\rho g} \quad (2.7.1)$$

Donde:

Q es el volumen de sedimento transportado debido a la acción de las olas

$F_{D1}$  es un indicador adimensional de la dirección del transporte

$F_{D2}$  es un factor adimensional que minimiza el transporte

$A_w$  y  $A_{wB}$  son coeficientes adimensionales, producto de la calibración del modelo morfodinámico, de valores:

$$A_w := 0.1 \quad (2.7.2)$$

$$A_{wB} := 0.025 \quad (2.7.3)$$

$\tau_C$  es la tensión de corte propia del sedimento con la que comienza el movimiento.

Para determinar el valor del indicador de la dirección del transporte, O'Connor & Nicholson (1991), plantean la siguiente condición:

$$F_{D1} := \tanh\left(\frac{\pi c}{\pi} - 1\right) \quad \text{Si} \quad \pi < \pi c \quad (2.7.4)$$

$$F_{D1} := \tanh\left(1 - \frac{\pi}{\pi c}\right) \quad \text{Si} \quad \pi > \pi c \quad (2.7.5)$$

Dicho factor no sólo depende del parámetro  $\pi$ , el cual es un parámetro adimensional que se encuentra relacionado con el movimiento orbital de las olas, sino también de  $\pi c$ , que corresponde al valor que adquiere  $\pi$ , cuando el transporte de sedimento es nulo:

De acuerdo a lo planteado por Watanabe et al. (1986), dicho parámetro fue definido como:

$$\pi := \frac{I_f \cdot d}{L_0} \quad (2.7.6)$$

If es otro parámetro adimensional, que representa la intensidad del movimiento orbital de la ola el cual, a su vez se encuentra relacionado con los diferentes modos de transporte del sedimento, ya sea por flotación, suspensión o carga de fondo.

$$I_f := \frac{U_o^2}{s \cdot g \cdot d_s} \quad (2.7.7)$$

Donde:

s es la densidad relativa del sedimento respecto al agua

$$s := \frac{\rho_s - \rho}{\rho} \quad (2.7.8)$$

Siendo:

$\rho_s$  el peso específico del sedimento

$d_s$  el diámetro característico del sedimento

Para determinar el valor de  $\pi_c$ , según lo planteado por O'Connor & Nicholson (1991), nos encontramos frente a las siguientes condiciones:

$$\pi_c := 4 \quad \text{Si} \quad \Phi < 5000 \quad (2.7.9)$$

$$\pi_c := 4 - 3.8 \cdot \frac{(\Phi - 5000)}{9000} \quad \text{Si} \quad 5000 < \Phi < 14000 \quad (2.7.10)$$

$$\pi_c := 0.2 \quad \text{Si} \quad \Phi > 14000 \quad (2.7.11)$$

Como se puede observar el valor del parámetro surge en función de  $\Phi$ . Dalrymple definió este coeficiente como:

$$\Phi := \frac{g \cdot H_o^2}{T \cdot w^3} \quad (2.7.12)$$

w corresponde a la velocidad de caída terminal del sedimento. Esta es la velocidad que le corresponde a una partícula, cuando al dejarla caer en un fluido, la misma se hace constante. De acuerdo a lo planteado por Van Rijn (1993), para partículas no esféricas, la velocidad de caída terminal la define en función del tamaño de grano de sedimento, la cual en nuestro caso está dada por:

$$w := \frac{10 \cdot v}{d_s} \cdot \left[ \left[ 1 + 0.01 \cdot \left( \frac{\rho_s - \rho}{\rho} \right) \cdot g \cdot \frac{d_s^3}{v^2} \right]^{0.5} - 1 \right] \quad (2.7.13)$$

$\Phi$  además de determinarnos el valor de  $\pi_c$ , nos define si nos encontramos frente a una playa erosiva o a una playa de relleno, mediante las siguientes condiciones:

$$\Phi < 5000 \quad \text{playa de relleno} \quad (2.7.14)$$

$$\Phi > 14000 \quad \text{playa erosiva} \quad (2.7.15)$$

El otro factor adimensional mencionado es  $FD_2$ , atenúando el transporte de sedimento cuando el perfil de la playa se acerca al equilibrio, planteado por O'Connor & Nicholson (1991), se encuentra definido como:

$$F_{D2} := \frac{i_{eq}}{i} - 1 \quad \Phi < 5000 \quad (2.7.16)$$

$$F_{D2} := \frac{i}{i_{eq}} - 1 \quad \Phi > 14000 \quad (2.7.17)$$

Debiéndose tener en cuenta lo siguiente:

$$F_{D2} := -1 \quad \text{Si} \quad F_{D2} < -1 \quad (2.7.18)$$

$$F_{D2} := 1 \quad \text{Si} \quad F_{D2} > 1 \quad (2.7.19)$$

$i$  corresponde al valor de la pendiente representativa de la playa, entre el punto de rompiente de la ola y el punto nivel 0 de profundidad.

$i_{eq}$ , es el valor de la supuesta pendiente de equilibrio, para la cual el transporte de sedimento es nulo.

Se define a la pendiente de equilibrio como:

$$i_{eq} := 10^\xi \quad (2.7.20)$$

$\xi$ , está dado nuevamente en función de  $\Phi$ :

si  $\Phi < 5000$

$$\xi := -1.8 - \left[ 4.8 \cdot \left( \frac{w}{g \cdot T} \right)^{0.32} + 1.5 \cdot (i_o - 0.065) \right] \cdot \left( \log \left( \frac{H_o}{L_o} \right) + 0.85 \right) \quad (2.7.21)$$

si  $\Phi > 14000$

$$\xi := -1.63 - \operatorname{cosech} (50 \cdot i_o + 0.60) - \left[ 0.2 + 1.82 \cdot 10^6 \cdot \left( \frac{w}{g \cdot T} \right)^{2.35} \right] \cdot \left( \log \left( \frac{H_o}{L_o} \right) + 0.85 \right) \quad (2.7.22)$$

Siendo  $i_o$ , la pendiente promedio de la playa

Finalmente, la única componente que nos queda definir es la tensión correspondiente a la iniciación del movimiento,  $\tau_C$ . Debido justamente a la acción de las olas sobre el fondo

de la playa se genera un movimiento de sedimentos. Dicho movimiento es debido a que una tensión por sobre el sedimento hace que el mismo tenga un desplazamiento respecto de su posición original.

La tensión de iniciación de movimiento, de acuerdo a la planteado por White, se describe como:

$$\tau_C := (\gamma_s - \gamma) \cdot d_{50} \cdot \cos(\theta) \cdot (\tan(\phi) - \tan(\theta)) \quad (2.7.23)$$

Dicha ecuación es función del ángulo de inclinación de la playa, ya que a medida que la misma se va modificando, cambiará su pendiente y por ende su ángulo  $\theta$ . La figura 2.7.1 muestra los parámetros antes mencionados

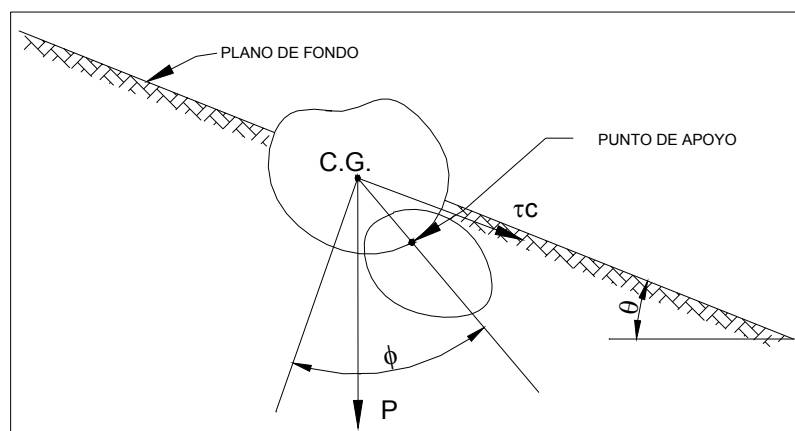


Figura 2.7.1

Donde:

$$\phi := 30^\circ \quad \text{Angulo de fricción interna del sedimento} \quad (2.7.24)$$

Con lo cual dicha tensión depende pura y exclusivamente de las características del sedimento, del terreno en el que se encuentra y del fluido que lo rodea.

Al definir la tasa de sedimento transportado, nos encontramos en condiciones de estudiar la evolución del perfil.

## 2.8 Modelo de Evolución de Fondo.

La evolución morfodinámica del perfil, es la que nos permite visualizar como es la evolución del perfil a través del tiempo debida a la acción de las olas, siendo éste el objetivo del trabajo desarrollado.

Para ello se planteó la ecuación correspondiente a la morfodinámica, la cual es una ecuación de balance de masas, de acuerdo a lo planteado por O'Connor & Nicholson (1991):

$$\frac{d}{dt}z + \frac{d}{dx}(Q - \varepsilon \cdot \beta \cdot |Q|) := 0 \quad (2.8.1)$$

Donde:

$$\varepsilon := 5 \quad \text{coeficiente de calibración del modelo} \quad (2.8.2)$$

$z$  representa la coordenada vertical, coincidente en nuestro caso con la profundidad.

## CAPÍTULO III

### 3 MODELO NUMERICO

A continuación se mostrarán los algoritmos utilizados para el cálculo presentado en el capítulo anterior, como así también los desarrollos matemáticos de las expresiones que permiten el cálculo.

Los tres módulos fueron completamente desarrollados en planillas de cálculo. Para su implementación se realizó una planilla principal sobre la que se desarrolla el modelo en su totalidad, y tres cuerpos o sub-módulos auxiliares, en los cuales se realizaron los cálculos necesarios para poder obtener las distintas variables.

Uno de los cuerpos corresponde al cálculo de la longitud de onda, que como bien se demostrará mas adelante, el algoritmo correspondiente es función de la profundidad, dato que poseemos para cada nodo, y el período de la ola.

El siguiente sub-módulo corresponde según el criterio de McCowan a la determinación del punto de rompiente.

Finalmente, se realizó en otra planilla, la implementación del modelo de olas, para la obtención de la altura de ola, una vez que la misma alcanzó su punto de rotura.

#### 3.1 Algoritmo para el cálculo de la altura de ola.

La determinación de la altura de ola, antes de la rompiente se calculó mediante el coeficiente de bajío, como bien fue explicado en el capítulo anterior, mediante la expresión (2.5.11)

Como hemos mencionado anteriormente, el modelo de olas dentro de la zona de rompiente está representado por:

$$\frac{d}{dt}q + C^2 \cdot \frac{d}{dx}\xi + f_D \cdot q := 0 \quad (3.1.1)$$

$$\frac{d}{dt}\xi + \left(\frac{1}{n}\right) \cdot \frac{d}{dx}(n \cdot q) := 0 \quad (3.1.2)$$

Recordando que q correspondía al caudal instantáneo (integrado en la profundidad) y  $\xi$  al desplazamiento instantáneo.

A continuación se describirá el desarrollo de cálculo correspondiente para poder obtener la ecuación que nos determina el método de resolución de la altura de ola, una vez que la misma alcanza la rompiente.

De las ecuaciones anteriores, escribimos a q como:

$$q := q_0 \cdot e^{i \cdot k \cdot x} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \quad (3.1.3)$$



Y derivando la misma respecto de x y de t, obtenemos:

$$\frac{d}{dt}q := i \cdot \omega \cdot q \quad (3.1.4)$$

$$\frac{d}{dx}q := i \cdot k \cdot q + e^{i \cdot k \cdot x} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \cdot \frac{d}{dx}q_0 \quad (3.1.5)$$

Realizando el mismo tratamiento con  $\xi$ :

$$\xi := \frac{H}{2} \cdot e^{i \cdot k \cdot x} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \quad (3.1.6)$$

Derivando respecto de x y de t:

$$\frac{d}{dt}\xi := i \cdot \omega \cdot \xi \quad (3.1.7)$$

$$\frac{d}{dx}\xi := i \cdot k \cdot \xi + \frac{1}{2} \cdot e^{i \cdot k \cdot x} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \cdot \frac{d}{dx}H \quad (3.1.8)$$

Si reemplazamos la ecuación (3.1.6) en la ecuación (3.1.8), resulta:

$$\frac{d}{dx}\xi := i \cdot k \cdot \frac{H}{2} \cdot e^{i \cdot k \cdot x} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} + \frac{1}{2} \cdot e^{i \cdot k \cdot x} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \cdot \frac{d}{dx}H \quad (3.1.9)$$

Para poder simplificar el cálculo denominamos:

$$e^{i \cdot \delta} := e^{i \cdot k \cdot x} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} \quad (3.1.10)$$

Con lo cual todas las ecuaciones mostradas anteriormente adquieren la siguiente forma:

$$q := q_0 \cdot e^{i \cdot \delta} \quad (3.1.11)$$

$$\frac{d}{dt}q := i \cdot \omega \cdot q_0 \cdot e^{i \cdot \delta} \quad (3.1.12)$$

$$\frac{d}{dx}q := i \cdot k \cdot q_0 \cdot e^{i \cdot \delta} + e^{i \cdot \delta} \cdot \frac{d}{dx}q_0 \quad (3.1.13)$$

$$\xi := \frac{H}{2} \cdot e^{i \cdot \delta} \quad (3.1.14)$$

$$\frac{d}{dt}\xi := i \cdot \omega \cdot \frac{H}{2} \cdot e^{i \cdot \delta} \quad (3.1.15)$$

$$\frac{d}{dx} \xi := i \cdot k \cdot \frac{H}{2} \cdot e^{i\delta} + \frac{1}{2} \cdot e^{i\delta} \cdot \frac{d}{dx} H \quad (3.1.16)$$

Reemplazando las ecuaciones de la (3.1.11) a la (3.1.16), en las ecuaciones (3.1.1) y (3.1.2), obtenemos:

$$i \cdot \omega \cdot q_0 \cdot e^{i\delta} + C^2 \cdot \left( i \cdot k \cdot \frac{H}{2} \cdot e^{i\delta} + \frac{1}{2} \cdot e^{i\delta} \cdot \frac{d}{dx} H \right) + f_D \cdot q_0 \cdot e^{i\delta} := 0 \quad (3.1.17)$$

$$i \cdot \omega \cdot \frac{H}{2} \cdot e^{i\delta} + i \cdot k \cdot q_0 \cdot e^{i\delta} + e^{i\delta} \cdot \frac{d}{dx} q_0 + \frac{q_0}{n} \cdot \frac{d}{dx} n := 0 \quad (3.1.18)$$

Simplificando los términos comunes:

$$i \cdot \omega \cdot q_0 + C^2 \cdot i \cdot k \cdot \frac{H}{2} + \frac{C^2}{2} \cdot \frac{d}{dx} H + f_D \cdot q_0 := 0 \quad (3.1.19)$$

$$i \cdot \omega \cdot \frac{H}{2} + i \cdot k \cdot q_0 + \frac{d}{dx} q_0 + \frac{q_0}{n} \cdot \frac{d}{dx} n := 0 \quad (3.1.20)$$

Reagrupando las partes imaginarias y las reales entre si, tenemos:

$$\omega \cdot q_0 + C^2 \cdot k \cdot \frac{H}{2} := 0 \quad (3.1.21)$$

$$\frac{C^2}{2} \cdot \frac{d}{dx} H + f_D \cdot q_0 := 0 \quad (3.1.22)$$

$$\omega \cdot \frac{H}{2} + k \cdot q_0 := 0 \quad (3.1.23)$$

$$\frac{d}{dx} q_0 + \frac{q_0}{n} \cdot \frac{d}{dx} n := 0 \quad (3.1.24)$$

Definiendo la velocidad angular y el número de onda respectivamente como:

$$\omega := \frac{2 \cdot \pi}{T} \quad (3.1.25)$$

$$k := \frac{2 \cdot \pi}{L} \quad (3.1.26)$$

Dividimos la ecuación (3.1.21) por k, obteniendo:

$$C \cdot q_0 + C^2 \cdot \frac{H}{2} := 0 \quad (3.1.27)$$

Con lo cual:

$$q_o := -C \cdot \frac{H}{2} \quad (3.1.28)$$

De donde:

$$\frac{d}{dx} q_o := \frac{-C}{2} \cdot \frac{d}{dx} H - \frac{H}{2} \cdot \frac{d}{dx} C \quad (3.1.29)$$

Reemplazando a la ecuación anterior, en la ecuación (3.1.24):

$$\frac{-C}{2} \cdot \frac{d}{dx} H - \frac{H}{2} \cdot \frac{d}{dx} C - \frac{C}{2} \cdot \frac{H}{n} \cdot \frac{d}{dx} n := 0 \quad (3.1.30)$$

Continuando con el análisis:

$$C \cdot \frac{d}{dx} H + H \cdot \frac{d}{dx} C + \frac{C \cdot H}{n} \cdot \frac{d}{dx} n := 0 \quad (3.1.31)$$

Finalmente reemplazando la ecuación (3.1.28) en la (3.1.22), obtenemos:

$$\frac{C^2}{2} \cdot \frac{d}{dx} H - f_D \cdot C \cdot \frac{H}{2} := 0 \quad (3.1.32)$$

$$C \cdot \frac{d}{dx} H - f_D \cdot H := 0 \quad (3.1.33)$$

$$\frac{dH}{H} := \frac{-f_D}{c} \cdot dx \quad (3.1.34)$$

$$\ln\left(\frac{H}{H_B}\right) := - \int_{x_B}^x \frac{f_D}{C} dx \quad (3.1.35)$$

$$H := H_B \cdot e^{\left(- \int_{x_B}^x \frac{f_D}{C} dx\right)} \quad (3.1.36)$$

$$\frac{H(j) - H(j-1)}{\Delta x} := \left(\frac{f_D \cdot H}{C}\right)(j) \quad (3.1.37)$$

Despejando el término correspondiente a j-1, nos queda:

$$H(j-1) := H_j - \left( \frac{f_D \cdot H}{C} \right)_j \cdot \Delta x \quad (3.1.38)$$

Reagrupando términos comunes, resulta finalmente la ecuación que nos permite determinar la altura de la ola:

$$H(j-1) := \left[ 1 - \left( \frac{f_D}{C} \right)_j \cdot \Delta x \right] \cdot H_j \quad (3.1.39)$$

El índice  $j$ , corresponde al nodo con el cual nos encontramos trabajando.

$f_D$  corresponde a la expresión (2.4.21), y  $C$  a la (2.4.4)

La planilla que representa el modelo se implemento en base a los tres términos que aparecen en (3.1.39). El primer valor de  $H_j$  corresponde para la altura de ola rompiente, altura que fue determinada previamente, como fue explicado en el capítulo anterior. Es por ello que el primer término de la igualdad es conocido en su totalidad, con lo cual sólo resta determinar el valor de  $H_{(j-1)}$ , que nos permite mantener la igualdad del producto.

### 3.2 Algoritmo para el cálculo de longitud de onda.

Para la determinación de la longitud de onda, se utilizó la siguiente ecuación:

$$L := \frac{g \cdot T^2}{2 \cdot \pi} \cdot \tanh\left(2 \cdot \pi \frac{d}{L}\right) \quad (3.2.1)$$

Debido a que nos encontramos frente a un método recursivo se implementó el siguiente método de resolución, donde el primer valor que ingresa como dato es el correspondiente a la longitud de ola en aguas profundas.

$$L(n+1) := L_0 \cdot \tanh\left(2 \cdot \pi \cdot \frac{d}{L_n}\right) \quad (3.2.2)$$

El método presenta oscilaciones en su resolución, es por ello que se realiza un promedio de dos resultados consecutivos, el cual será el nuevo valor a ingresar en la iteración:

$$L(2 \cdot n + 2) := \frac{L(2 \cdot n + 1) + L_{2n}}{2} \quad (3.2.3)$$

Este método es válido para todo valor de  $n$  de 0 en adelante, donde el subíndice corresponde al número de iteraciones necesarias para lograr la igualdad.

### 3.3 Algoritmo para el cálculo del transporte de sedimento.

Para el desarrollo de cálculo del transporte de sedimento se siguió el cálculo explicado en el capítulo 2, ítem 7. Siguiendo el lineamiento presentado por las ecuaciones (2.7.2) a (2.7.23).

Previamente, fue necesario la determinación en su totalidad de los parámetros de la ola, como su longitud, su punto de rompiente, y su altura.

Una vez determinado el caudal de material correspondiente al sedimento transportado,  $Q$ , (2.7.1), se modeló la evolución del perfil, siendo necesario para ello establecer la amplitud del caudal,  $q_M$ , cuya expresión y desarrollo matemático se muestra a continuación:

Se define al caudal como:

$$q := \int_{-d}^0 \mu \, dz \quad (3.3.1)$$

$$\mu := \frac{H}{2} \cdot g \cdot \frac{T}{L} \cdot \frac{\cosh[k \cdot (d + z)]}{\cosh(k \cdot d)} \cdot \cos(k \cdot x - \sigma \cdot t) \quad (3.3.2)$$

$$q := \int_{-d}^0 \frac{H}{2} \cdot g \cdot \frac{T}{L} \cdot \frac{\cosh[k \cdot (d + z)]}{\cosh(k \cdot d)} \cdot \cos(k \cdot x - \sigma \cdot t) \, dz \quad (3.3.3)$$

Denominando la constante de integración de la siguiente manera, procedemos a integrar la siguiente expresión:

$$X := \frac{H}{2} \cdot g \cdot \frac{T}{L} \cdot \frac{\cos(k \cdot x - \sigma t)}{\cosh(kd)} \quad (3.3.4)$$

$$q := X \cdot \int_{-d}^0 \cosh[k \cdot (d + z)] \, dz \quad (3.3.5)$$

$$q := X \cdot \frac{\operatorname{senoh}[k \cdot (d + z)]}{k} \quad \text{evaluada entre } -d \text{ y } 0 \quad (3.3.6)$$

Resultando finalmente, la expresión correspondiente a  $q$  como:

$$q := \frac{H}{2} \cdot g \cdot \frac{T}{L} \cdot \frac{\cos(k \cdot x - \sigma \cdot t)}{\cosh(k \cdot d)} \cdot \frac{\operatorname{senh}(kd)}{k} \quad (3.3.7)$$

Como nosotros buscamos la amplitud de  $q$ ,  $q_M$ , la expresión correspondiente a utilizar, sería:

$$q_M := \frac{H}{2} \cdot g \cdot \frac{T}{L} \cdot \frac{1}{\cosh(k \cdot d)} \cdot \frac{\operatorname{senh}(k \cdot d)}{k} \quad (3.3.8)$$

Si reemplazamos la expresión de la longitud de onda (3.2.1) en la ecuación anterior la expresión resultante de la amplitud del caudal es:

$$q_M := C \cdot \frac{H}{2} \quad (3.3.9)$$

### 3.4 Algoritmo para el cálculo de la altura de fondo.

La ecuación que nos determina la variación de la altura de fondo, o también llamada ecuación de Exner, es la siguiente:

$$\frac{d}{dt}z + \frac{d}{dx}(Q - \varepsilon \cdot \beta \cdot |Q|) := 0 \quad (3.4.1)$$

Para simplificar el desarrollo:

$$\Theta := Q - \varepsilon \cdot \beta \cdot |Q| \quad (3.4.2)$$

Con lo cual:

$$\frac{d}{dt}z + \frac{d}{dx}\Theta := 0 \quad (3.4.3)$$

Trabajando por diferencias finitas, planteamos que:

$$\frac{z_j^{n+1} - z_j^n}{\Delta t} + \frac{\Theta_j - \Theta(j-1)}{\Delta x} := 0 \quad (3.4.4)$$

Despejando así nuestra incógnita,  $Z_j^{n+1}$

$$z_j^{n+1} := \frac{\Theta_j - \Theta(j-1)}{\Delta x} \cdot \Delta t + z_j^n \quad (3.4.5)$$

Reemplazando  $\Theta$ , nos queda finalmente la ecuación que representa la evolución del perfil:

$$z_j^{n+1} := \frac{(Q_j - \varepsilon \cdot \beta \cdot |Q_j|) - (Q(j-1) - \varepsilon \cdot \beta \cdot |Q(j-1)|)}{\Delta x} \cdot \Delta t + z_j^n \quad (3.4.6)$$

El índice  $j$  indica el nodo en el que nos encontramos trabajando, mientras que el índice  $n$ , corresponde al intervalo de tiempo con el que estamos trabajando,  $n$  es el tiempo actual, y  $n+1$  indica, luego de producida la evolución cuál será la nueva profundidad que adquirió el perfil.

## CAPITULO IV

### 4 Validación del Problema Numérico

#### 4.1 Datos del problema

Para la validación del problema numérico se consideró el juego de datos que se presenta a continuación. En el caso de la ola:

$$H_o := 1.72 \text{ m} \quad (4.1.1)$$

$$T := 5.6 \text{ s} \quad (4.1.2)$$

Teniendo el período y por (2.5.2), obtenemos la longitud de la ola en aguas profundas

$$L_o := 48.9 \text{ m} \quad (4.1.3)$$

La velocidad de fase, en esas mismas condiciones, dada por (2.5.5) toma el valor de:

$$C_o := 8.73 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (4.1.4)$$

Mientras que celeridad de grupo, según (2.5.9), vale:

$$C_{go} := 4.366 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (4.1.5)$$

Con respecto a la playa los datos son los siguientes:

Coordenadas del perfil base, graficado en la Figura 4.2.1

<b>X</b> <b>m</b>	<b>d</b> <b>m</b>
1,33	0,100
5,31	0,400
7,96	0,600
14,60	1,100
30,06	2,265
33,84	2,550
42,47	3,200
51,76	3,900
62,37	4,700
71,00	5,350
80,95	6,100
90,95	6,100

Cuadro 4.1.1 Nodos del Perfil

El perfil fue discretizado en 12 puntos, que denominaremos nodos, sin ser los mismos equidistantes. La distancia en la que se desarrolla es del orden de los 90 m, variando su profundidad desde los 10 cm hasta los 6.10 m, bajo una pendiente inicial constante.

Con los datos del perfil se obtuvo la pendiente correspondiente, y como consecuencia de ello, el ángulo formado con la horizontal.

$$i_0 := 0.07535 \quad (4.1.6)$$

$$\theta := 4.3^\circ \quad (4.1.7)$$

Los datos correspondientes al sedimento con el cual está conformada la playa son:

$$d_s := 0.22 \text{ mm} \quad (4.1.8)$$

$$d_{90} := 0.15 \text{ mm} \quad (4.1.9)$$

## 4.2 Instante Inicial

A continuación se mostrarán los valores que adquirieron cada una de las variables en el instante inicial ( $t=0$  hr) sobre el perfil base. Se seguirá la misma distribución de variables según fueron analizadas en el capítulo 2.

La representación del perfil base se muestra a continuación:

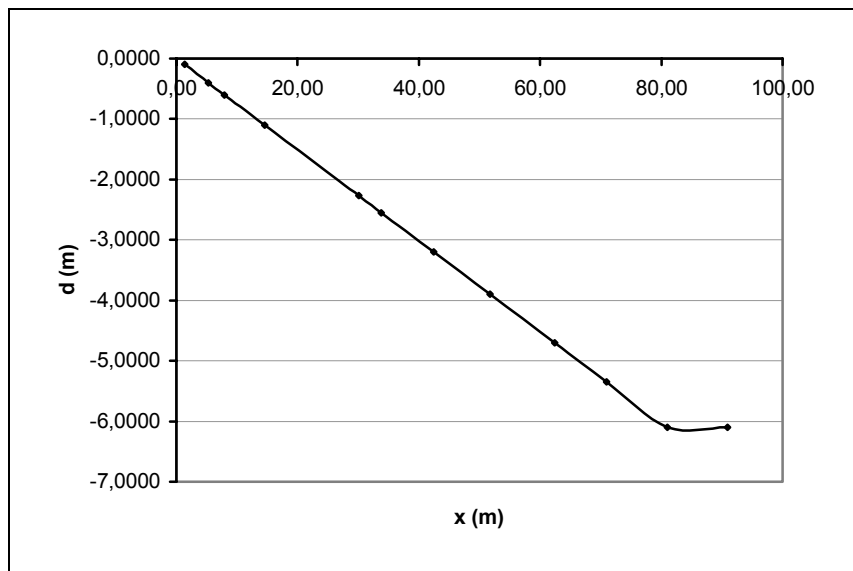


Figura 4.2.1 Perfil base

Cabe destacar que la dirección de propagación de las olas se realiza de derecha a izquierda, con una orientación normal a la playa.



La distribución de la longitud de ola a lo largo del perfil, se muestra a continuación.

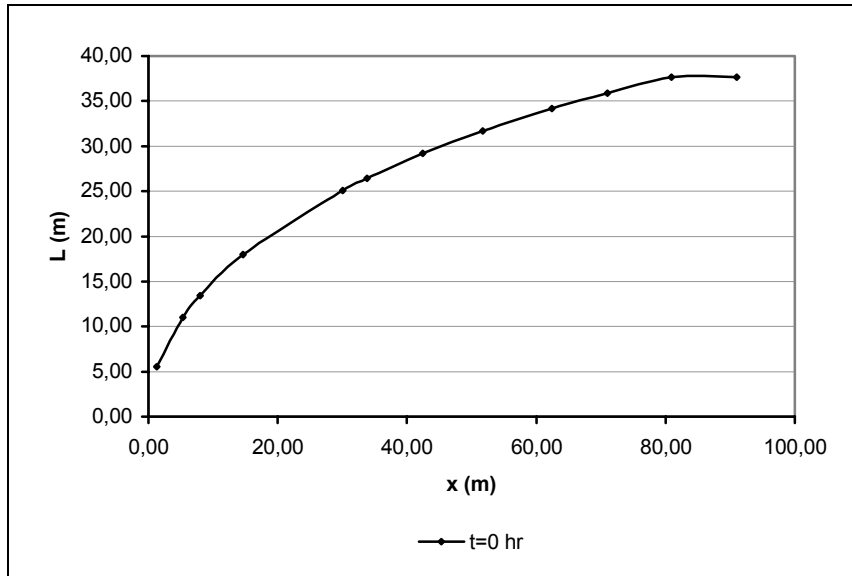


Figura 4.2.2 Longitud de ola

Observándose una disminución de la misma a medida que nos acercamos a la costa, como fue mencionado en el Capítulo II.

También se mostrarán los valores que dependen de la misma, como la velocidad de fase, la celeridad de grupo y por ende la relación entre ambas; finalmente se indica la variación del número de ola a lo largo del perfil.

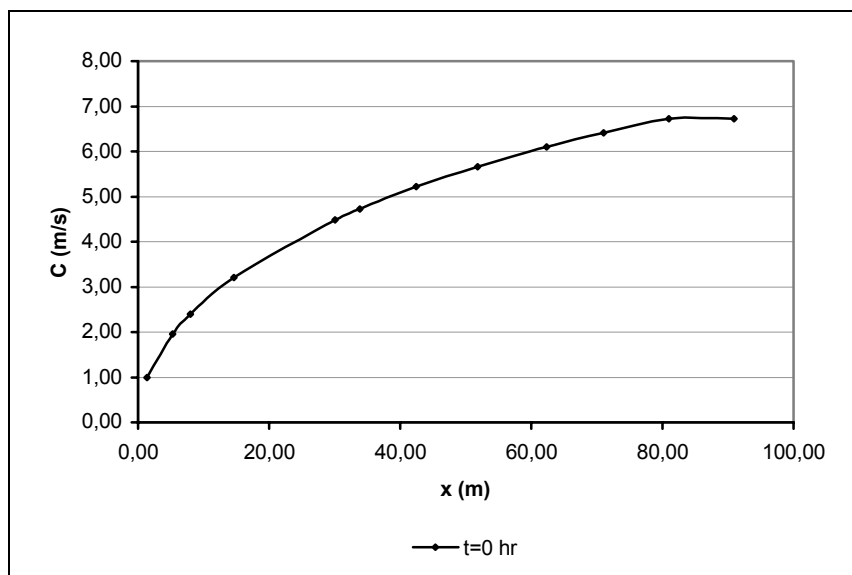


Figura 4.2.3 Velocidad de fase

Evidentemente, al encontrarse relacionado con la longitud de la ola, se observa una disminución de la velocidad, en concordancia con la disminución de la profundidad.

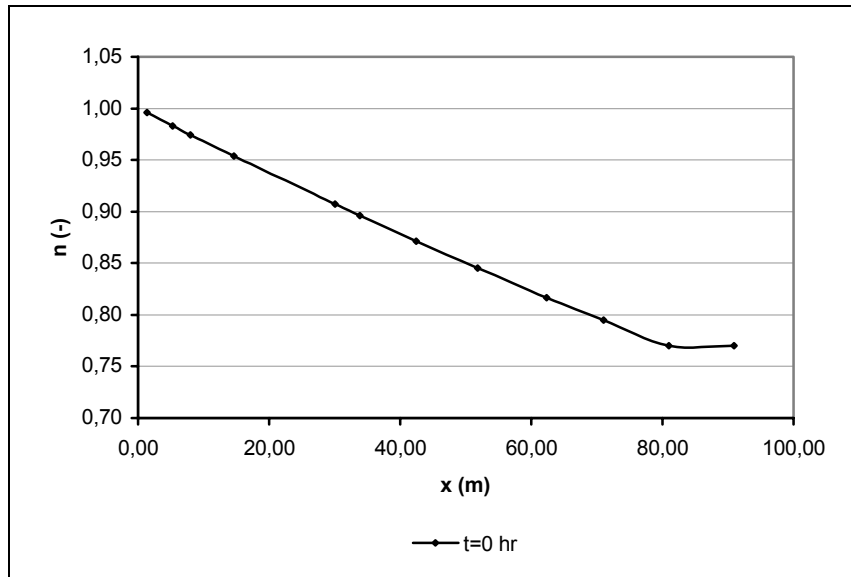


Figura 4.2.4 Relación entre la velocidad de fase y la celeridad de grupo

La Figura 4.2.4, muestra que la relación entre ambas la celeridad de grupo y la velocidad de fase es lineal, por consiguiente en la Figura 4.2.5 se observa un comportamiento de la celeridad de grupo de similares características que la velocidad de fase.

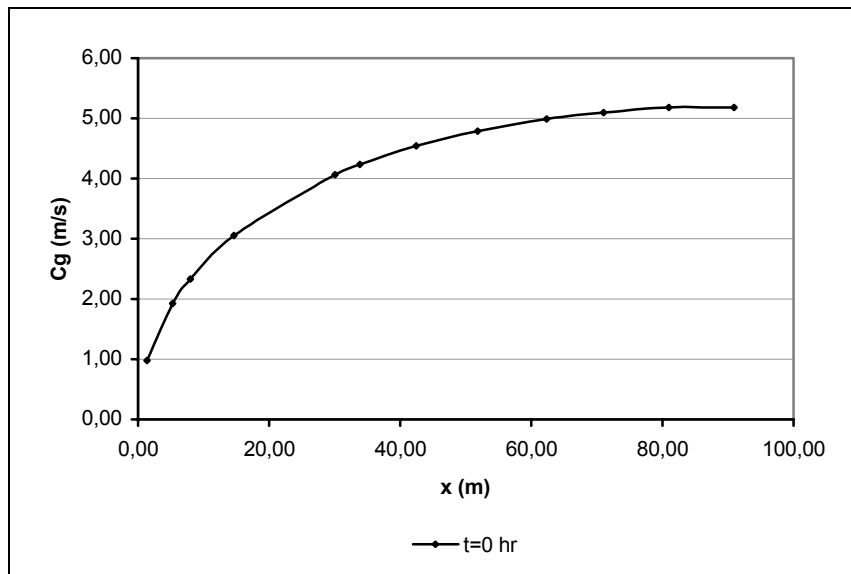


Figura 4.2.5 Celeridad de grupo

Dado que ya se han obtenido los valores de las variables necesarias, se está en condiciones de obtener los resultados para el coeficiente de bajío, para así, poder determinar la variación de la altura de la ola a lo largo del perfil.

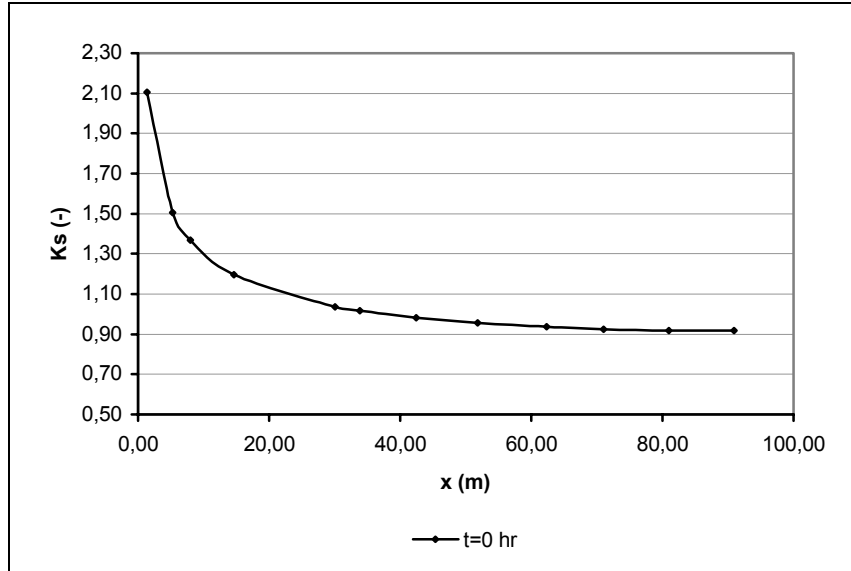


Figura 4.2.6 Coeficiente de bajío

Siendo la celeridad de grupo en aguas profundas constante, a medida que la celeridad de grupo disminuye, el coeficiente de bajío aumenta, según la expresión (2.4.10), es por ello que observamos en la Figura 4.2.6, una disminución del coeficiente a medida que nos alejamos de la costa.

La figura 4.2.7, muestra la variación de la altura de la ola.

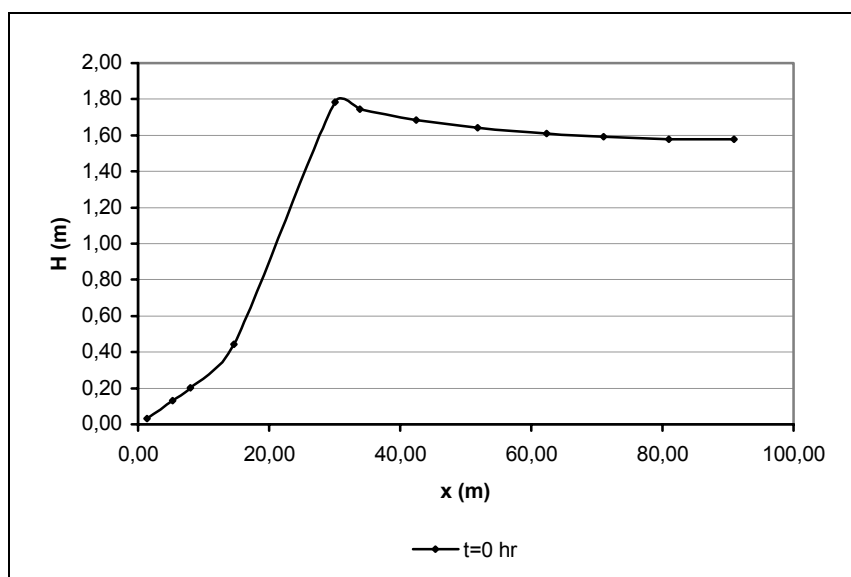


Figura 4.2.7 Altura de ola

El máximo valor que se puede apreciar en el gráfico, corresponde a la máxima altura que alcanza la ola en el momento justo en que rompe. Para este perfil, el valor de la altura de la ola rompiente y su profundidad se indica a continuación:

$$H_B := 1.782\text{m} \quad (4.2.1)$$

$$d_B := 2.265\text{m} \quad (4.2.2)$$

La variación de la densidad de energía a lo largo del perfil se muestra a continuación:

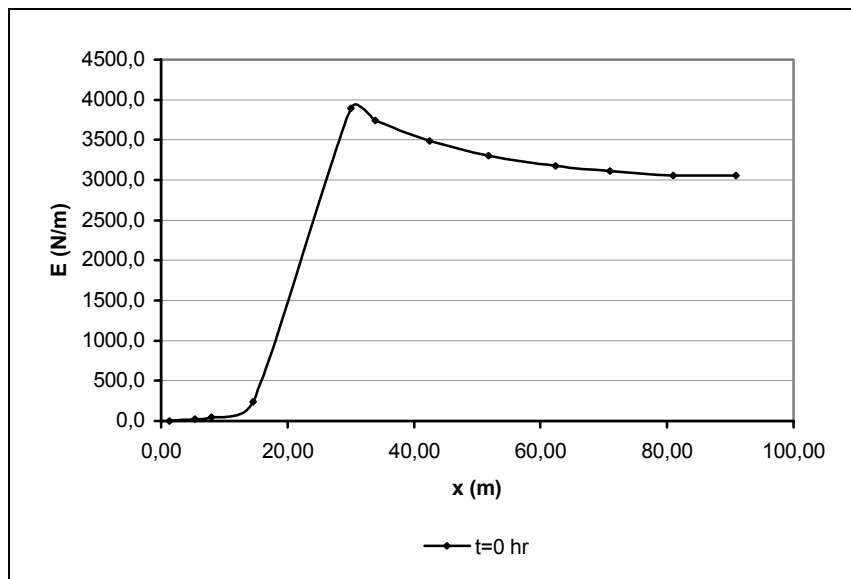


Figura 4.2.8 Densidad de energía de la ola

Observándose que la densidad de energía de la ola, alcanza un punto máximo en el momento de la rotura de la misma.

La variación de la velocidad orbital en el fondo del perfil se muestra a continuación:

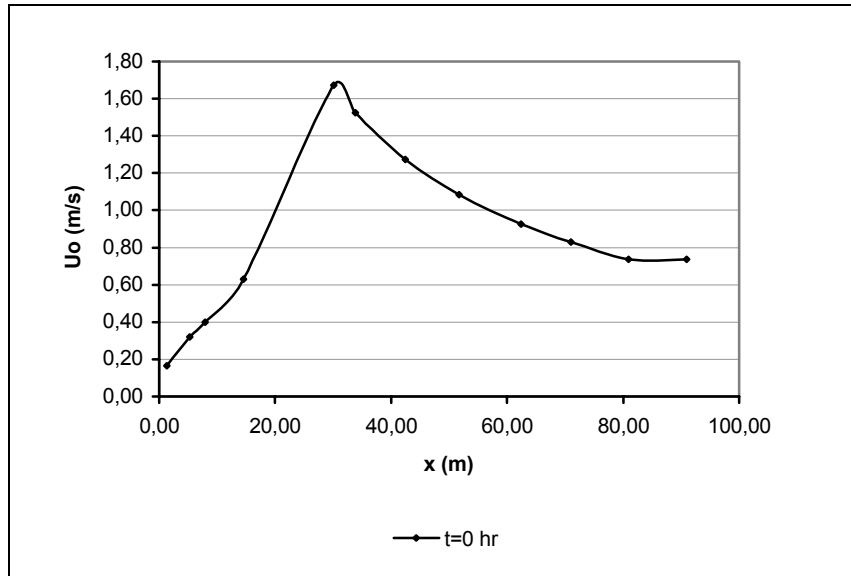


Figura 4.2.9 Velocidad orbital

La tensión de corte por la interacción de la ola con el fondo, varía a lo largo del perfil de la siguiente manera:

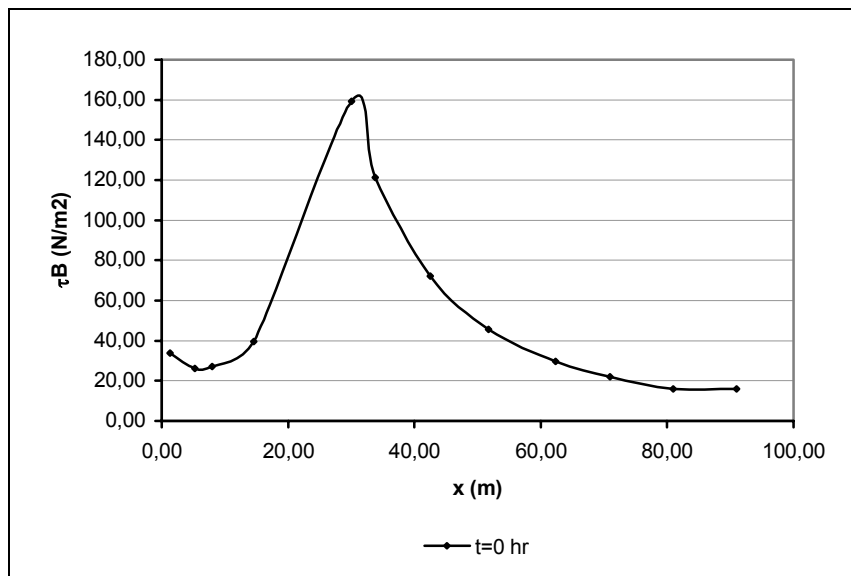


Figura 4.2.10 Tensión generada por la acción de las olas

El valor máximo se obtiene cuando la ola rompe, es decir, donde se produce la mayor interacción con el fondo del perfil.

La otra tensión que se genera al producirse la rompiente, es la que se denominó como una tensión adicional por turbulencia.

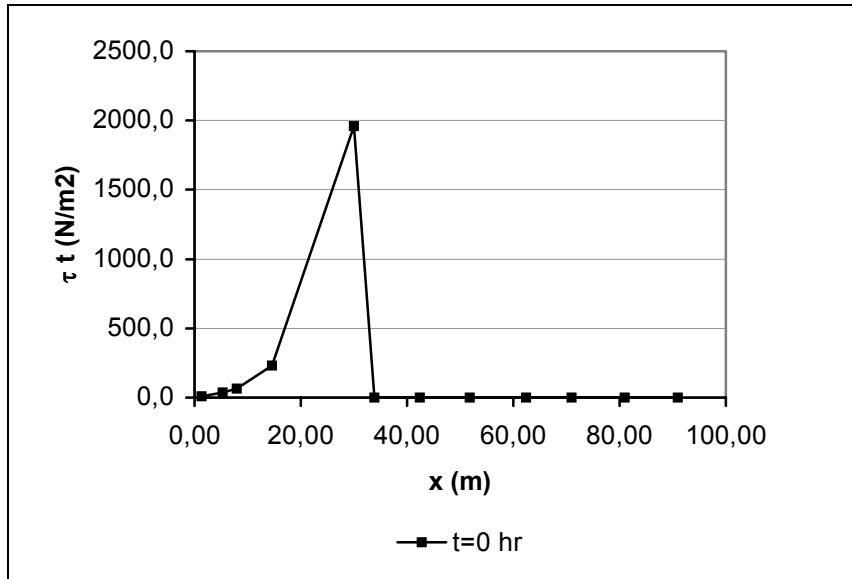


Figura 4.2.11 Tensión por turbulencia

La tensión antes descrita, se encuentra en función del coeficiente de disipación de la energía:

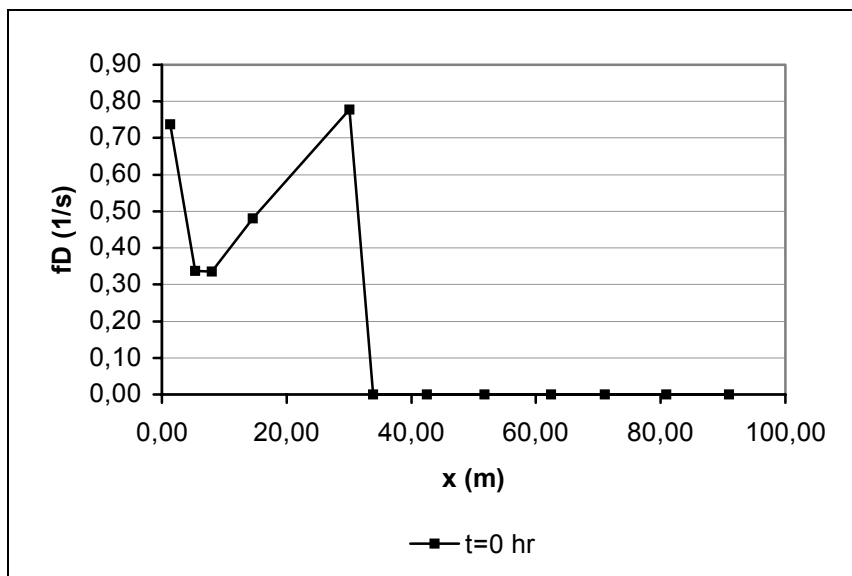


Figura 4.2.12 Factor de disipación de la energía

El valor máximo que adquiere el coeficiente de disipación, como bien puede observarse en la Figura 4.2.12, es en el mismo punto de rompiente debido a que en el momento de la rotura se genera la mayor disipación.

La variación de la amplitud del caudal se muestra a continuación:

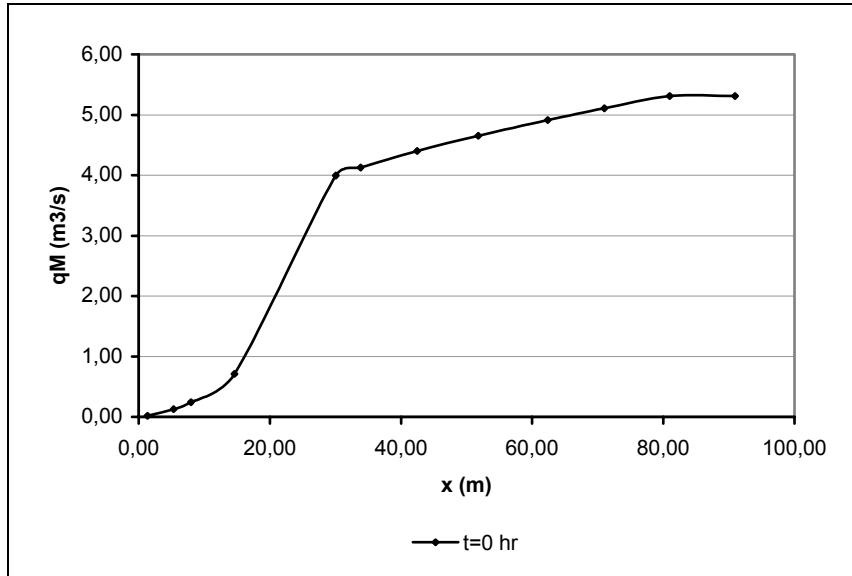


Figura 4.2.13 Amplitud del caudal

Observándose en la figura anterior, un cambio de pendiente en el punto de rompiente producto de la disminución instantánea de la altura de la ola, una vez producida la misma.

El caudal que asume que las olas ingresan a un área de profundidad constante, fue denominado como  $qR$ , y el que ingresa a una zona de pendiente constante,  $qS$ . Mostrándose una linealidad de ambos debido a una linealidad de profundidad y pendiente respectivamente.

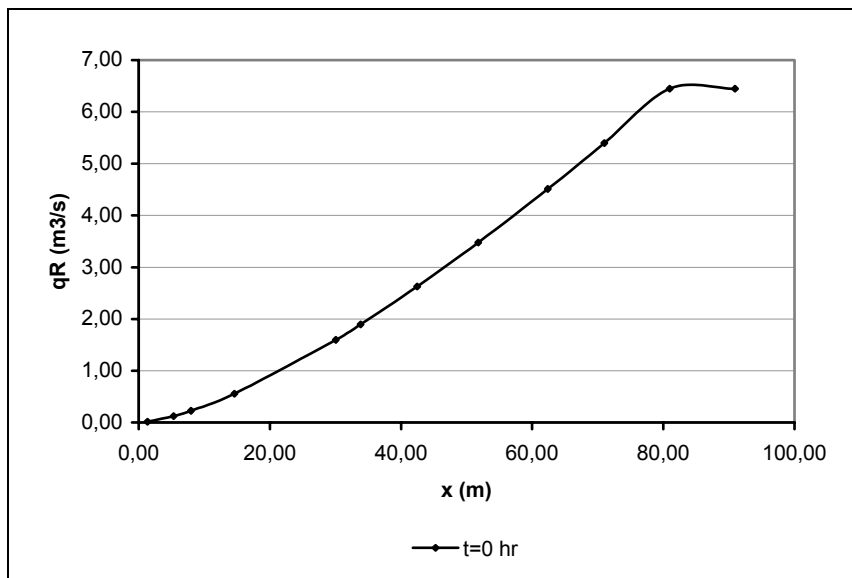


Figura 4.2.14 Caudal correspondiente a una zona de profundidad constante

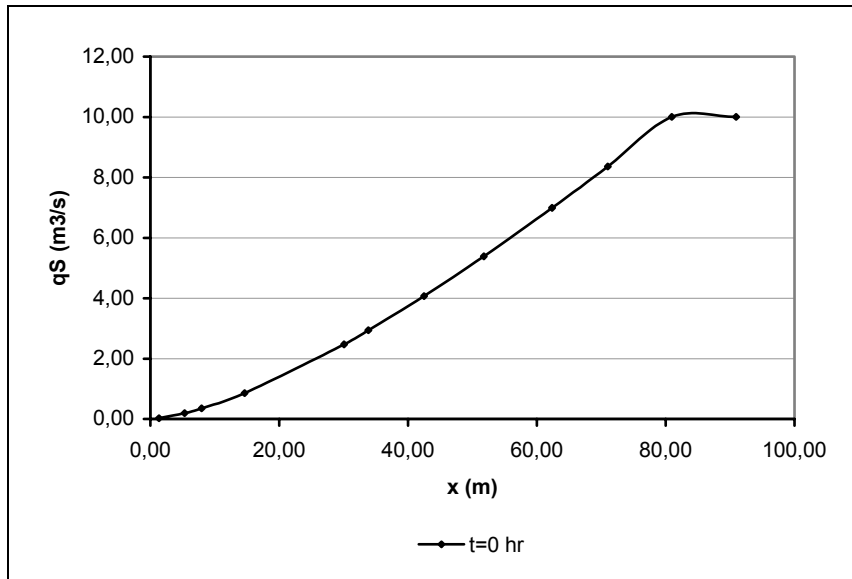


Figura 4.2.15 Caudal correspondiente a una zona de pendiente constante

De ésta manera hemos mostrado todos los parámetros y tensiones que se producen debido a la acción de las olas.

A continuación mostraremos los valores de los parámetros que nos permitieron calcular la tasa de material transportado.

La variación del factor de dirección del transporte denominado como FD1 a lo largo del perfil, se muestra a continuación:

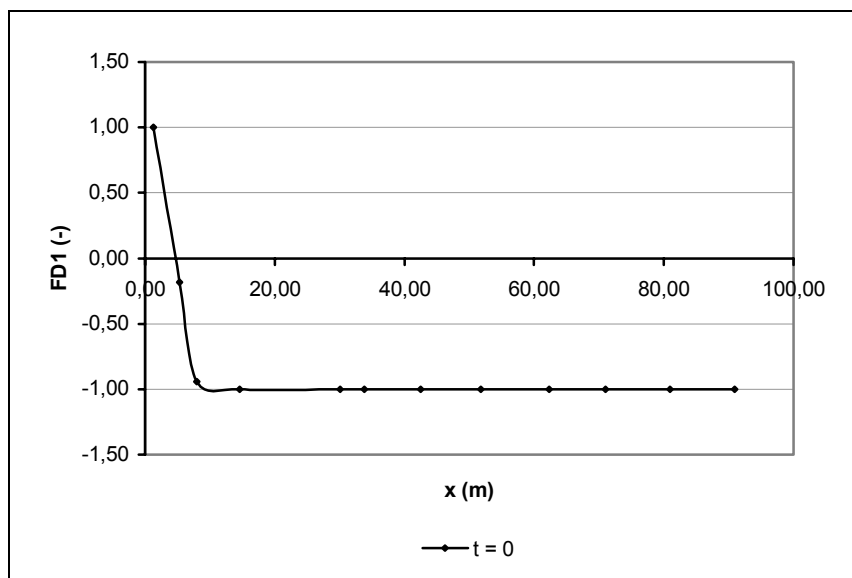


Figura 4.2.16 Factor de dirección



Este factor dependía además del parámetro relacionado con el movimiento orbital de las olas, y al de su valor asociado para un transporte nulo de sedimento,  $\pi c$

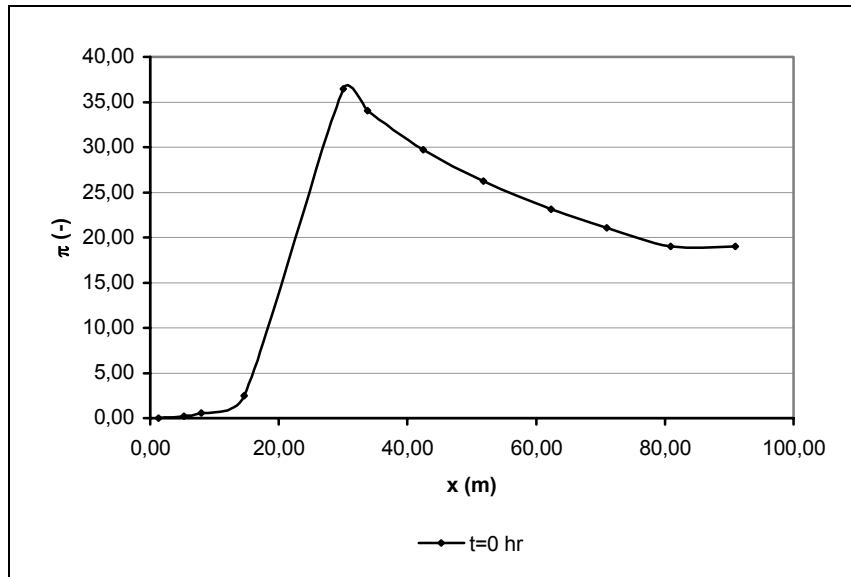


Figura 4.2.17 Parámetro adimensional relacionado con el movimiento orbital de las olas

Dado que el parámetro antes representado, se encuentra relacionado con el factor que determina la intensidad del movimiento orbital de la ola (Figura 4.2.18), el cual a su vez, depende de la velocidad orbital, y éste adquiere su valor máximo en el punto de rompiente; se puede apreciar, como era de esperar, que el valor máximo se localiza también en el punto de rompiente.

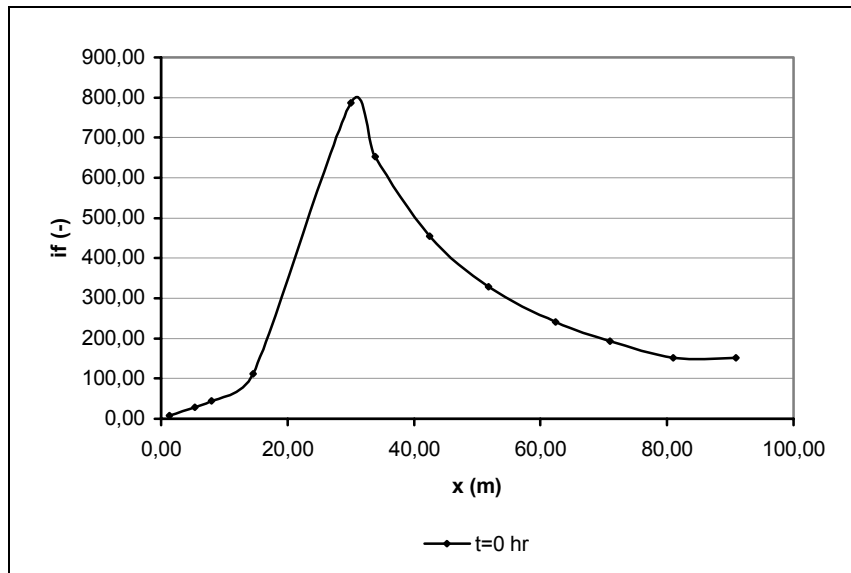


Figura 4.2.18 Intensidad del movimiento orbital de las olas

El valor de  $\pi c$  se encuentra dado por la tercera condición planteada en el capítulo II , ecuación (2.5.13).

$$\pi_c := 0.2 \quad (4.2.3)$$

Para poder determinar su valor, fue necesario determinar el coeficiente de Dalrymple:

$$\Phi := 200560 \quad (4.2.4)$$

Denotando por cierto, según (2.5.15) que nos encontramos frente a una playa erosiva.

Se determinó el valor del factor que minoriza el transporte según las ecuaciones (2.5.19) a (2.5.22):

$$F_{D2} := 1 \quad (4.2.5)$$

Los valores determinantes para su obtención, fueron los siguientes:

$$\xi := -1.512 \quad (4.2.6)$$

$$i_{eq} := 0.031 \quad (4.2.7)$$

Finalmente nos resta definir la tensión de corte por iniciación del movimiento, la cual como ya hemos mencionado es pura y exclusivamente, dependiente del perfil y su sedimento.

$$\tau_C := 1.783 \frac{N}{m^2} \quad (4.2.8)$$

Teniendo definidos todos los parámetros, la variación de la tasa de transporte para el perfil base, a lo largo del perfil se muestra a continuación:

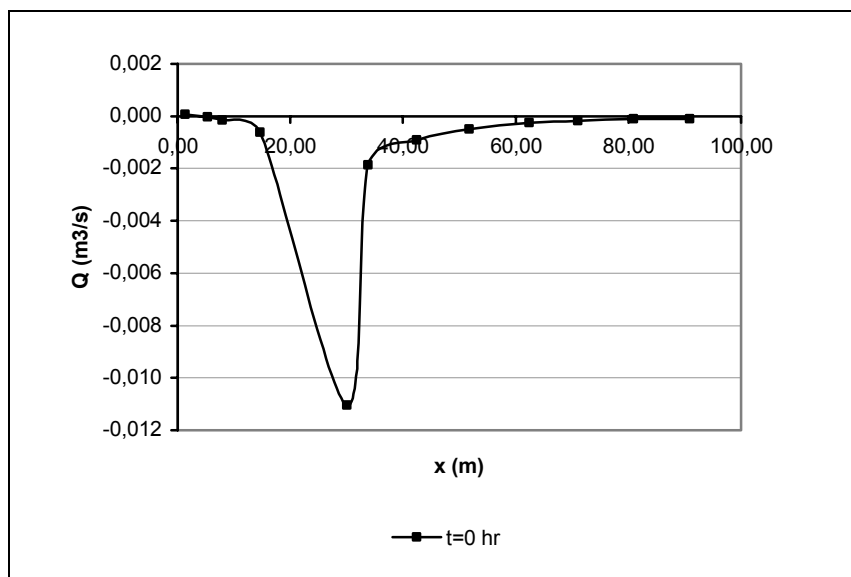


Figura 4.2.19 Caudal de Transporte de sedimento

Observándose, y como era de esperar, que el valor máximo se ubique en concordancia con el punto de rompiente. El valor negativo de la pendiente de la curva del caudal de transporte nos indica que estamos frente a un proceso erosivo, el cual fue previamente anunciado por (4.2.4)

### **4.3 Evolución del Perfil de Playa**

En ésta parte del capítulo se mostrarán, para 4 instantes diferentes, inicial, final y dos instantes intermedios; la variación de la altura de fondo del perfil.

Así como también, se compararán los resultados obtenidos, con los desarrollados por los autores.

Los autores del modelo, realizaron, como bien se ha indicado anteriormente, una simulación en laboratorio. Así como también realizaron la simulación numérica correspondiente.

El objetivo de este capítulo fue la verificación del modelo, con lo cual, se buscó lograr que el perfil adquiriera en el mismo tiempo de ensayo al de ellos, una forma lo más satisfactoria posible. Para ello fue necesaria la correcta determinación de los intervalos de tiempo utilizados, los cuales fueron logrados según lo explicado en el ítem correspondiente a las hipótesis planteadas para el desarrollo del modelo.

De la misma manera que en el punto 4.2 se representó la distribución de variables para el instante inicial, se hará lo propio para cada variable, en el mismo orden, en los 4 instantes antes mostrados. Para el inicio en  $t = 0$ , a las 5 horas de ensayo, 20 horas y finalmente a las 40 hs. Pudiéndose observar así, como fueron las evoluciones respectivas.

La longitud de la ola, para las 4 instancias fue la que se muestra en la Figura 4.3.1, observándose que durante el transcurso del tiempo y, al ir variando el fondo de la playa, según lo que observaremos más adelante en la Figura 4.3.9, se pierde la linealidad de la variación de la longitud a medida que nos acercamos a la orilla.

En las figuras posteriores, y que luego comprobaremos en la Figura 4.3.3, correspondiente a la altura de la ola, que debido a la formación de una barra (Figura 4.3.9), cercana al punto de rompiente, las profundidades al ser menores, muestran una disminución de la longitud de la ola

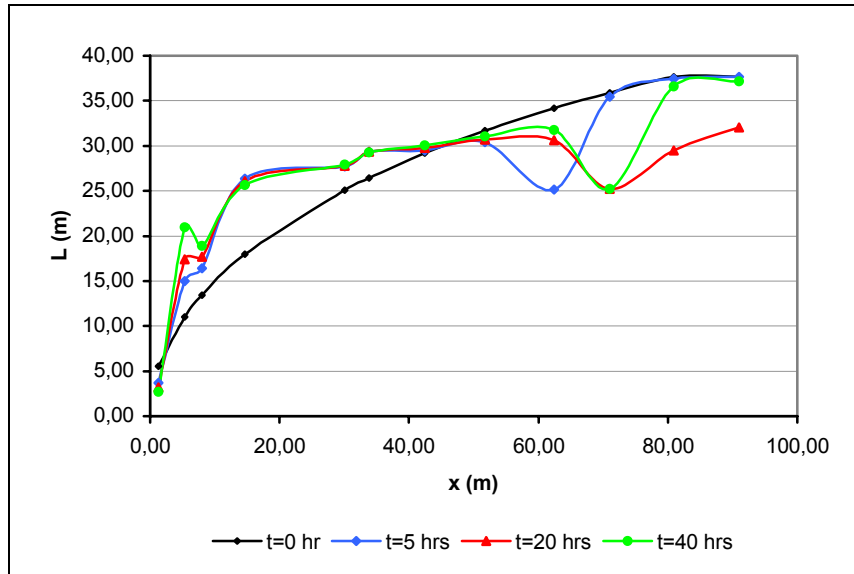


Figura 4.3.1 Longitud de la ola

Los mismos cambios se observan, por ende, en la velocidad de fase (Figura 4.3.2) como fue anteriormente mencionado, como ejemplo de las variaciones que sufre la ola al ir modificándose el perfil sobre el que actúa. Estas modificaciones también se pueden observar con la celeridad de grupo y el coeficiente de bajo entre otros, relacionados tanto con la longitud de la ola, como con la profundidad.

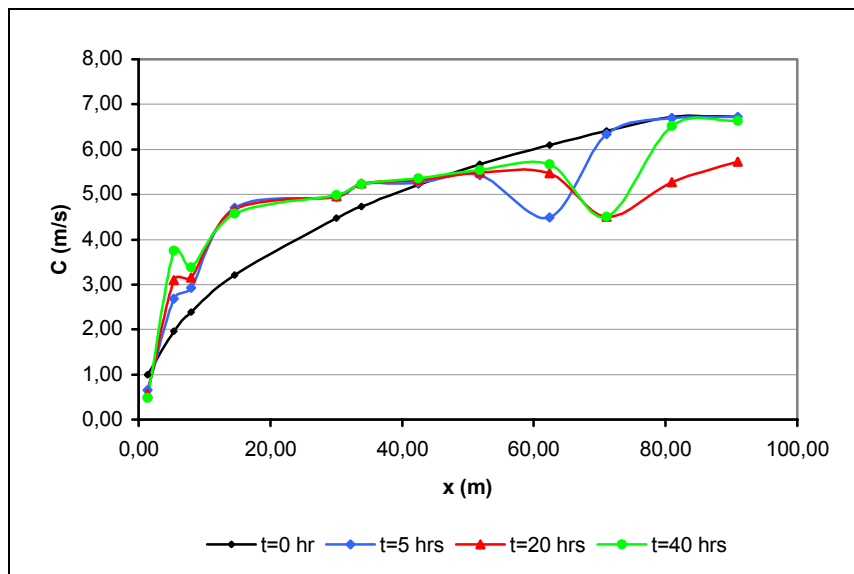


Figura 4.3.2 Velocidad de fase

Tal vez el parámetro más claro, o en el que centramos mas su atención es la altura de ola. La Figura 4.3.3, claramente evidencia la modificación de la ubicación del punto de rotura, los cambios mas significativos se producen a poco tiempo de comenzado el ensayo mientras que para los tiempos posteriores se logra una cierta estabilidad.

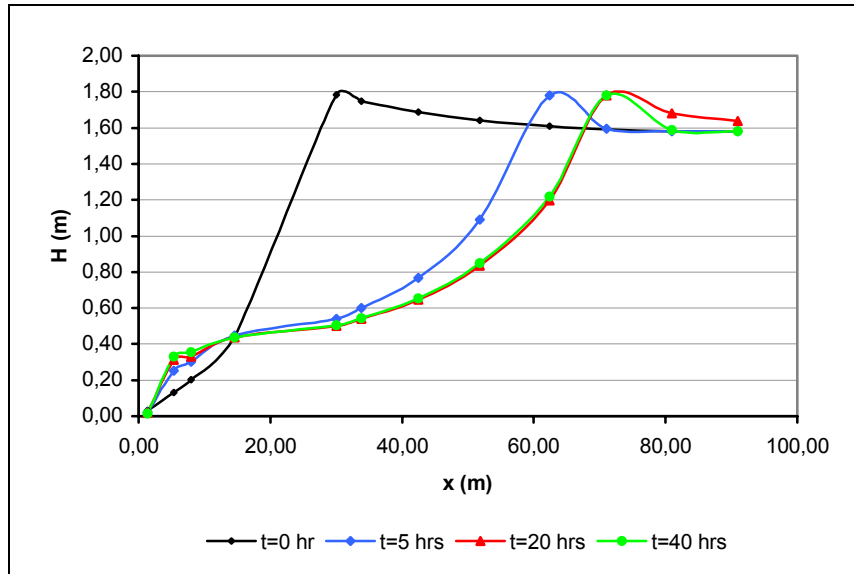


Figura 4.3.3 Altura de la ola

La densidad de energía como uno de los elementos dependientes de la altura de la ola, muestra exactamente el mismo comportamiento antes descrito. La velocidad orbital, como otro de ejemplo, presenta un comportamiento similar.

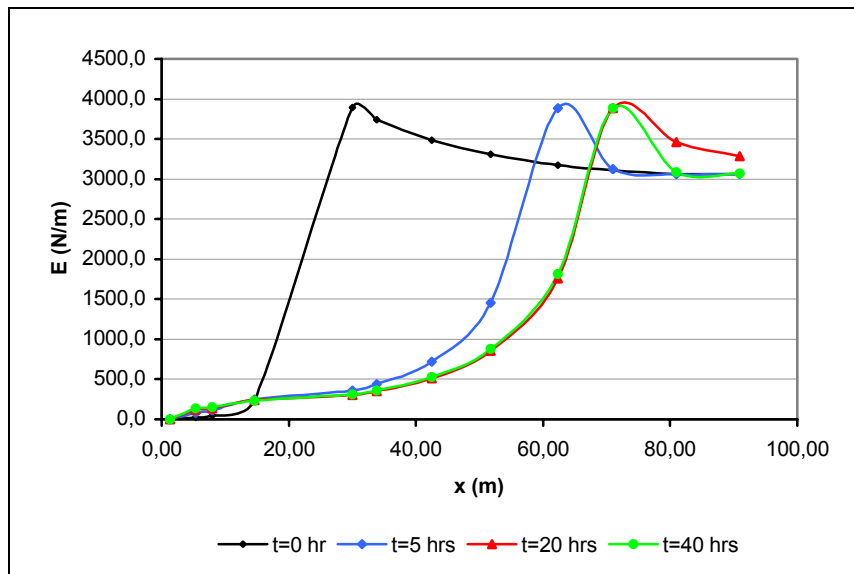


Figura 4.3.4 Densidad de Energía de la ola

Las tensiones por turbulencia (Figura 4.3.6), y la que se muestra a continuación, al generarse por la acción de las olas, y su interacción con el fondo, muestran lógicamente una variación acorde con la altura de la ola, alcanzando sus valores máximos en el punto de rompiente.

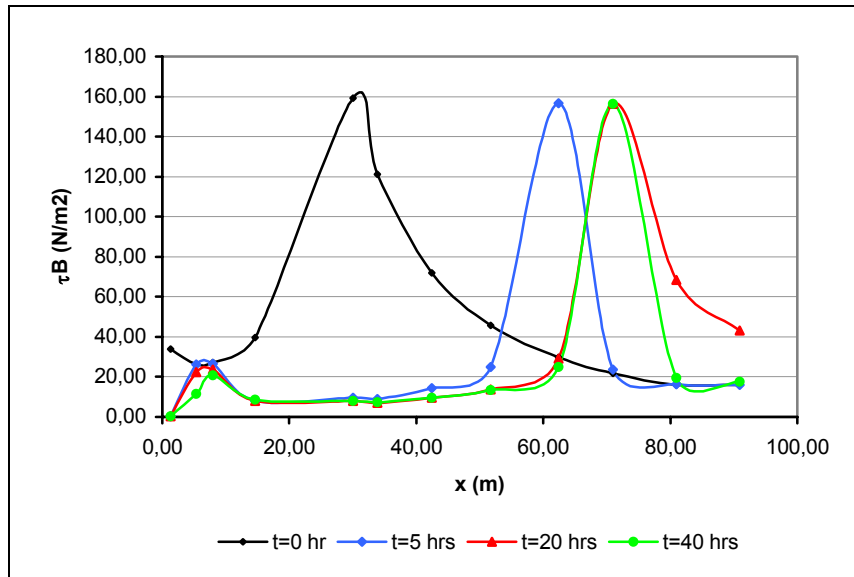


Figura 4.3.5 Tensión generada por la acción de las olas

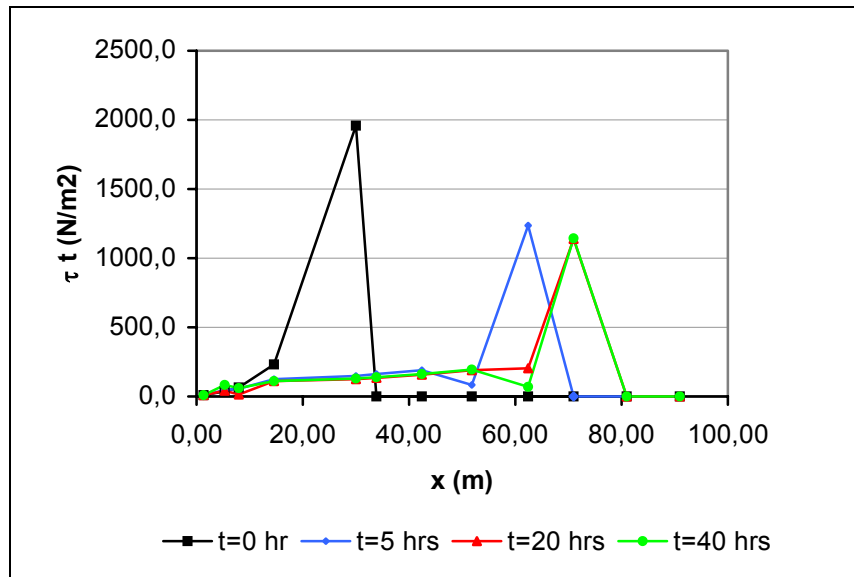


Figura 4.3.6 Tensión por turbulencia

El movimiento orbital de la ola, presenta un comportamiento relacionado con la altura de la ola, es por ello que nuevamente su valor máximo se encuentra ubicado en el punto de rotura para cada uno de los intervalos de tiempo analizados. Ocurriendo lo mismo, con el parámetro que define la intensidad del movimiento orbital de la ola, que fue denominado oportunamente como  $l_f$ .

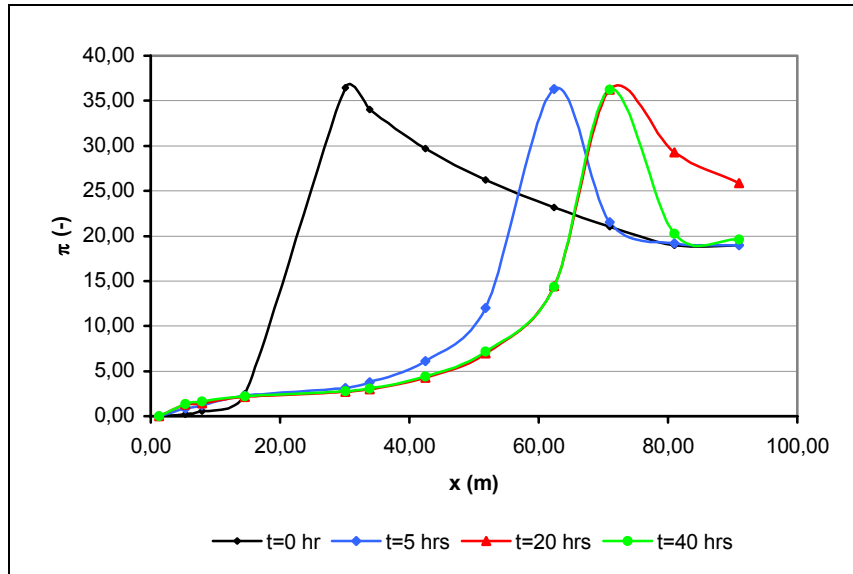


Figura 4.3.7 Parámetro adimensional relacionado con el movimiento orbital de las olas

El valor del parámetro anterior, en el caso de que el transporte de sedimento sea nulo, llamado  $\pi_c$ , en absolutamente todos los casos adquiere el valor de 0.2

El factor que minoriza el transporte y los elementos que la determinan muestran su variación para los distintos intervalos de tiempo, en el siguiente cuadro.

	t=0 hr	t=5 hrs	t=20 hrs	t=40 hrs
<b>FD2</b>	1	0,2	0,4	0,1
<b>i</b>	0,07535	0,03664	0,03228	0,0324
<b>ieq</b>	0,031	0,031	0,023	0,03
<b>ξ</b>	-1,512	-1,512	-1,63	-1,519

Tabla 4.3.1 Valores del factor que minimiza el transporte y sus elementos determinantes

La tensión por iniciación de movimiento, la cual es función del ángulo de fricción interna del material y del ángulo de la playa con respecto a la horizontal, mantiene su valor a lo largo de todo el perfil, no así para cada intervalo de tiempo según se puede observar en el siguiente cuadro resumen.

	t=0 hr	t=5 hrs	t=20 hrs	t=40 hrs
<b>τC (N/m<sup>2</sup>)</b>	1,783	1,783	1,909	1,801

Tabla 4.3.2 Tensión por iniciación del movimiento

Habiendo mostrado la variación de cada una de las variables que permiten obtener el cálculo de Q, caudal correspondiente al sedimento transportado, nos encontramos en condiciones de poder, también, observar su variación. En ella el cambio más grande se produce en los primeros momentos de comenzado todo el proceso en el cual las olas empiezan a actuar, disminuyendo paulatinamente, pero siempre presentando un valor máximo en el punto rompiente.

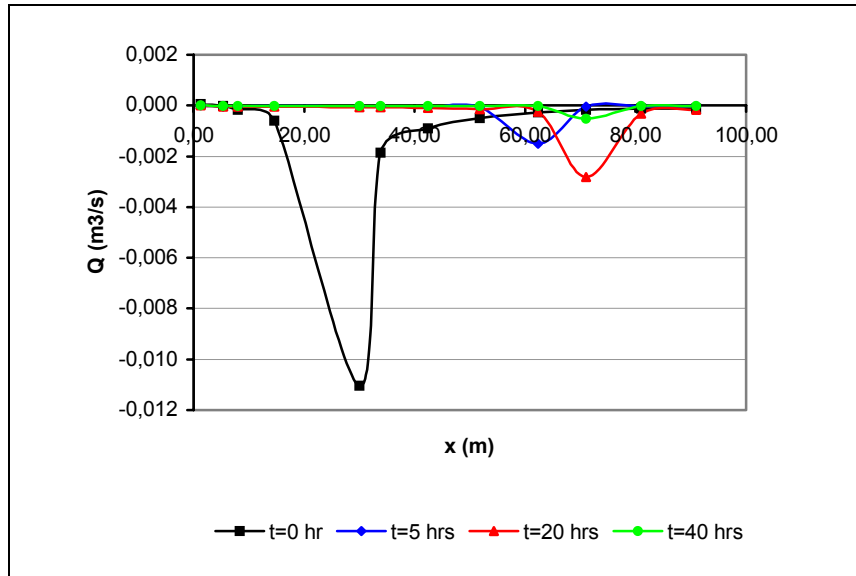


Figura 4.3.8 Caudal de Transporte de sedimento

Finalmente la variación del perfil, debido a la acción de las olas en los distintos intervalos de tiempo se muestra a continuación:

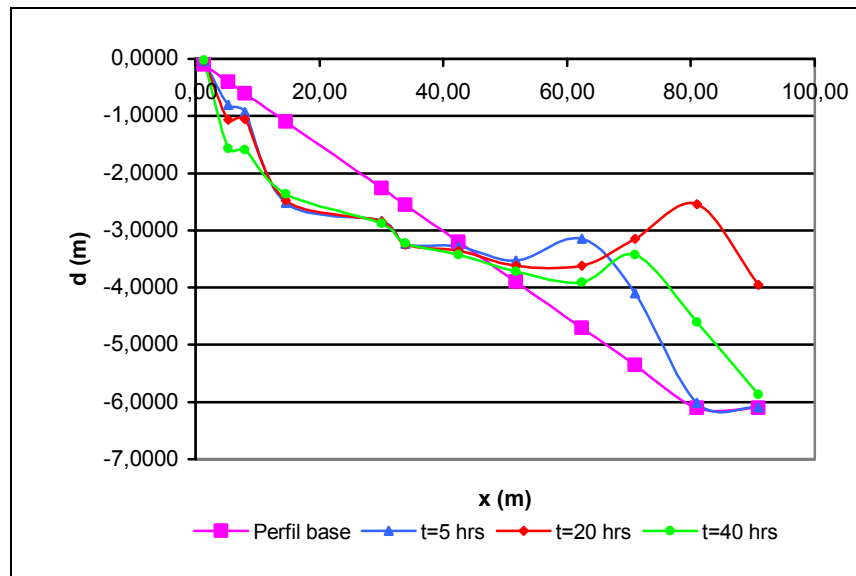


Figura 4.3.9 Evolución del perfil a través del tiempo

Para que la validación del modelo sea completa se comparó el perfil obtenido al cabo de las 40 hs., tiempo que duró el ensayo, con los resultados obtenidos por los propios autores, tanto en su análisis numérico como en su ensayo de laboratorio.



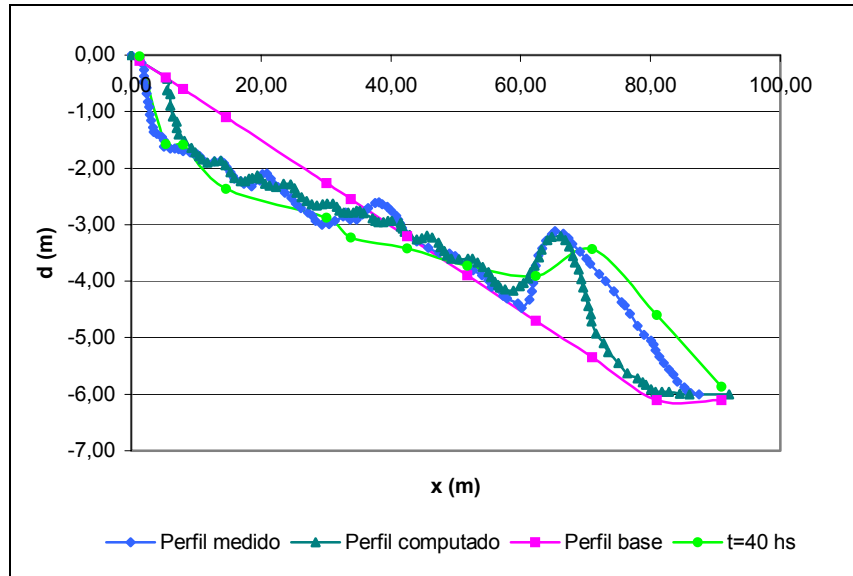


Figura 4.3.10 Comparación de perfiles

Si bien la forma obtenida del perfil luego de transcurrido el tiempo es de manera similar a la de los autores, es apreciable que no es exactamente igual. Uno de los factores determinantes es debido a la introducción de desarrollos matemáticos, como por ejemplo la expresión correspondiente a la determinación de la altura de la ola en zona surf, la cual no se encontraba desarrollada en el texto base utilizado para el desarrollo de la tesis. Otros de los factores, además de los errores de redondeo propios del modelo, es la cantidad de nodos utilizados. Es sabido que a intervalos más chicos de espacio, tendiéndose a una cantidad infinita de nodos la solución sería mucho más que ajustable.

#### 4.4 Otros ensayos de validación

Se efectuaron otros cuatro ensayos para validar el modelo. De las cuatro playas, tres se caracterizan por ser erosivas, y en una de ellas se produce la deposición de material. A diferencia del perfil con el que se desarrolló el modelo, éstos no presentan una pendiente constante si no que, al comienzo del desarrollo del perfil, poseen una pendiente abrupta que paulatinamente se va suavizando, presentando distintas formas de fondo, que serán luego modificadas debida a la evolución del mismo por la acción de la olas.

En este trabajo también se estudiaron estos perfiles, tomándose dos de los ensayos realizados. El primero fue realizado con una duración de 12 hs, presentándose una erosión media, mientras que el segundo, corresponde a una erosión fuerte, bajo el mismo tiempo de duración del ensayo. En ambos perfiles, la propagación de la ola se desarrolla de derecha a izquierda, en dirección perpendicular a la línea costera.

A continuación se mostrarán las figuras correspondiente a los perfiles medidos y computados por los autores, y los realizados bajo la misma metodología por nosotros.

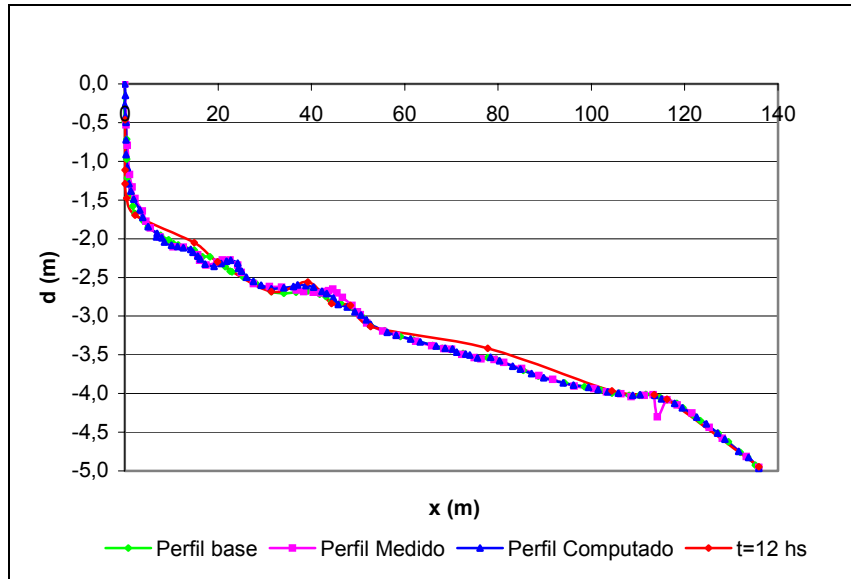


Figura 4.4.1 Perfil, erosión media

La figura 4.4.1, corresponde a una playa de erosión media, el ensayo fue realizado bajo una duración de 12 hs. Los datos de ola correspondiente a este perfil, son de una altura de ola de 0.69 m en aguas profundas, con un período de 5 segundos. En cuanto a la granulometría característica de la playa, se mantuvo la misma que para el perfil base, que sirvió para desarrollar el modelo. Se puede observar una gran concordancia entre los resultados obtenidos por los autores y nuestro desarrollo, aunque cabe aclarar que el ensayo fue realizado, en nuestro caso, en un tiempo mayor, de aproximadamente 19 hs. Una barra de escaza altura se desarrolla a los 40 metros aproximadamente desde la orilla, mientras que el resto del perfil se mantiene prácticamente inalterable. Los mayores cambios se producen en los primeros 20 metros desde la costa, producto de la rompiente de la ola, que en los primeros instantes se encuentra ubicada en esa zona; paulatinamente la rompiente se va corriendo mar adentro y el perfil se va estabilizando.

El otro perfil con el que se trabajó es el que muestra en la Figura 4.4.2

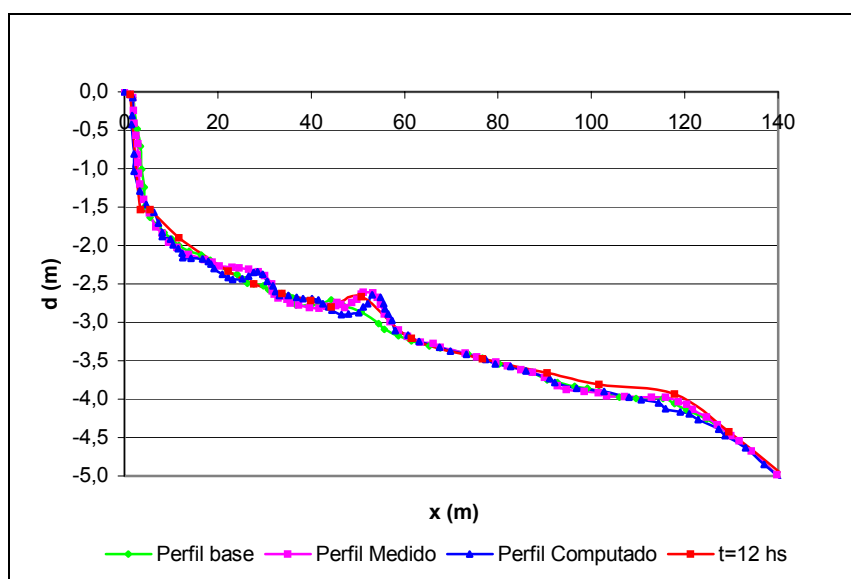


Figura 4.4.2 Perfil, erosión fuerte

Si bien las características del perfil, a manera general, son similares al que corresponde a la Figura 4.4., la altura de ola en aguas profundas con la que contamos es de 1.06 m, con un período de 5 segundos también. A diferencia del perfil anterior, claramente es evidente la formación de una barra aproximadamente a los 60 metros desde la costa. El comportamiento del punto de rompiente y de la evolución del perfil, es del mismo tipo que para el perfil anterior, si bien para éste caso el punto de rompiente se aleja unos metros mas, y la aplicación del modelo se realiza en 14 hs.

## CAPITULO V

### 5 APLICACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO

#### 5.1 Descripción del Problema

En el presente capítulo se desarrolla la aplicación del modelo a la playa de Río Grande, en Tierra del Fuego. El siguiente mapa muestra la ubicación de la ciudad en la provincia de Tierra del Fuego.



El objetivo es simular el comportamiento de la playa en función del tiempo bajo la acción de olas asociadas a una tormenta de gran envergadura.

La playa de Río Grande presenta un perfil irregular, con una berma extendida y varios escalones, lo cual conduce a más de un punto de rompiente de la ola, con una zona de regeneración de la altura de ola entre medio.

## 5.2 Datos del problema

El Instituto Nacional del Agua (INA), suministró los datos correspondientes al perfil en estudio, sus olas características y la granulometría característica de la misma.

El modelo al igual que en los casos anteriores fue implementado en Excel, a intervalos de espacio irregulares. El total de nodos con el que se ha trabajado es del orden de los 230 aproximadamente.

Con respecto a la climatología de olas del lugar, los datos que se nos han proporcionado corresponden a la altura de olas en aguas profundas y el período correspondiente:

$$H_0 := 5.00 \text{ m} \tag{5.2.1}$$

$$T := 15 \text{ s} \tag{5.2.2}$$

Con respecto a la granulometría contamos con un sedimento con el siguiente diámetro característico de partícula:

$$d_s := 0.22 \text{ mm} \tag{5.2.3}$$

Estos datos corresponden a una recurrencia de 50 años. Como es sabido la zona de la Patagonia de nuestro país posee una amplitud de mareas importante. En el caso de producirse la marea baja, la berma de la que hemos hablado anteriormente, queda seca durante dicha marea, protegiendo a la playa de la acción de las olas. Los datos que se han considerado corresponden al perfil L-41, suministrado por el INA, partiendo desde el nodo inicial correspondiente a 75 cm de profundidad a una distancia de 315 metros, considerando de esta manera marea alta.

El perfil se desarrolla en una longitud aproximada de 6400 m, con una variación de profundidades que llegan hasta los 32 metros, con pendientes variables, ya que en la zona de la restinga la pendiente es mucho mas suave que las que se desarrollan a continuación. La figura 5.2.1 muestra el perfil de la playa con el que se comenzó a trabajar.

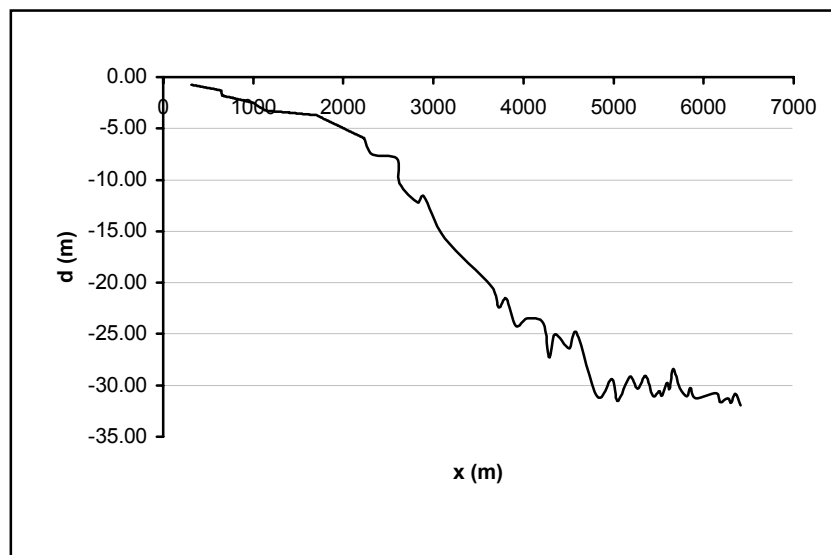


Figura 5.2.1 Perfil base

La pendiente promedio de la playa y su ángulo con respecto a la horizontal se indican a continuación:

$$i_0 := 0.00511 \quad (5.2.4)$$

$$\theta := 0.3^\circ \quad (5.2.5)$$

### 5.3 Resultados

A medida que trabajamos sobre el perfil y desarrollamos el modelo, y tomando el parámetro de Dalrymple dado su valor nos encontramos frente a una playa erosiva

$$\Phi := 1240713 \quad (5.3.1)$$

Sin embargo, y como se mostrarán en el gráfico 5.3.6, las variaciones con respecto a la profundidad son pequeñas, con excepción de la zona donde se produce el primer rompiente, cuya erosión es apreciable.

A continuación se mostrarán los gráficos correspondientes a la variación de la altura de ola, no solo en el espacio, sino también para cada período de tiempo considerado, conjuntamente a la variación de la forma del perfil para el mismo período de tiempo. Dicho período fue tomado como en las ocasiones anteriores, siendo el mismo, el que no produzca una variación en las cotas del perfil de más del 10%

Para determinar la altura de ola rompiente y el lugar físico donde se produce, se continuó con el criterio de McCowan, estableciéndose la relación entre la altura de la ola y la profundidad. Una vez determinada la altura correspondiente, se utilizó el modelo de olas, desarrollado en los capítulos anteriores, determinando la altura de ola que corresponde luego del decaimiento por rotura. Sin embargo, esa ola volverá a regenerarse, aumentando su altura hasta que nuevamente encontremos un punto en el que la relación de que la misma con respecto a la profundidad alcanza el valor límite para el cual consideramos su rompiente, encontrándose un nuevo punto de rotura.

Se impuso como criterio que cuando la relación entre la altura de la ola y la profundidad cae por debajo de 0,2, entonces cesa el estado de rompiente y la onda comienza a regenerarse. Los resultados no son muy sensitivos a ese valor umbral adoptado, ya que, como se verá, para este caso la altura de la ola cae muy rápidamente luego de la primer rompiente.

En los gráficos que se detallan a continuación claramente se evidencia el primer punto de rompiente, y de manera mucho más suave el crecimiento de la nueva ola, y su nueva rotura. El primer punto de rompiente queda estable en la mayor parte del período analizado (48 hrs.), mientras que el segundo punto se corre en dirección de la zona de mayor profundidad, primeramente en intervalos cortos de tiempo, que a medida que el perfil va variando su forma, hace que el punto de rompiente sea modificado en transcurros de tiempo mayores a los anteriores.

A continuación se exponen los gráficos más representativos en cuanto a la evolución del perfil de la playa, junto con la variación de la altura de olas correspondiente para el mismo período de tiempo.

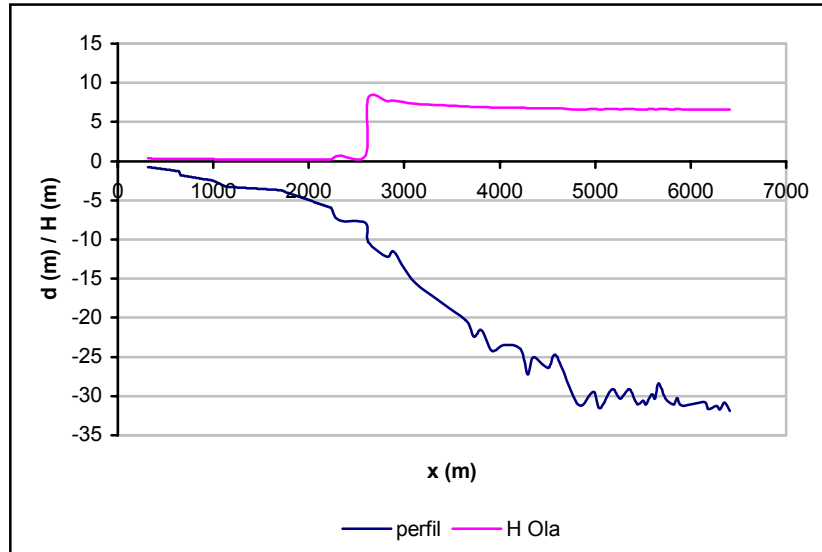


Figura 5.3.1 Evolución del perfil y altura de ola para  $t = 0\text{hr}$

La figura 5.3.1 muestra el instante inicial, el perfil original con el que se comenzó a trabajar y la variación de altura de olas correspondiente. Claramente se evidencia la primer rompiente de la ola, un paulatino aumento y nuevamente su rotura.

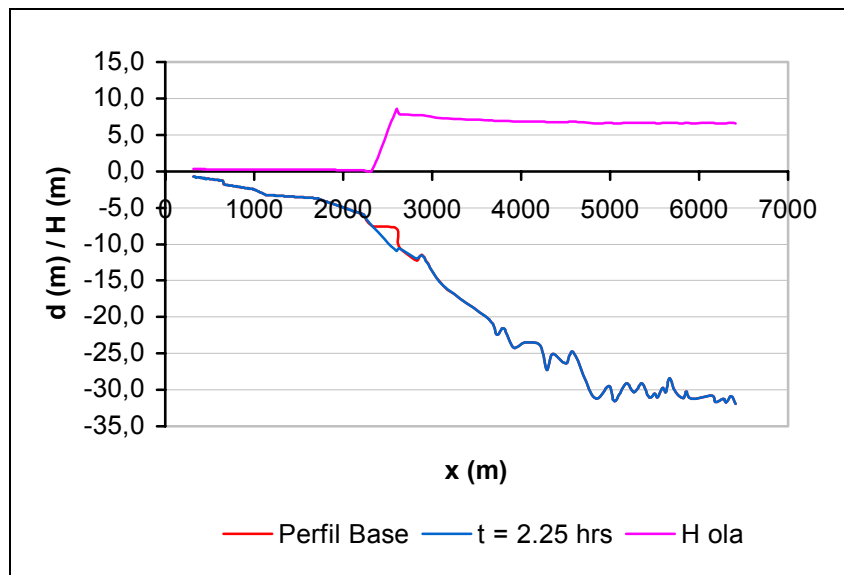


Figura 5.3.2. Evolución del perfil y altura de ola para  $t = 2.25\text{ hrs}$ .

En la figura anterior, luego de la primer rompiente no es tan evidente la regeneración de la ola y su rotura. Analizando el comportamiento del perfil se observa que con tan sólo 2.25 hrs. de tiempo transcurrido existe una significativa erosión del escalón posterior a la berma, correspondiéndose con el punto de la primer rompiente. Si bien se producen erosiones y rellenos en los distintos puntos del perfil, son completamente insignificantes comparándose con la transformación mencionada.

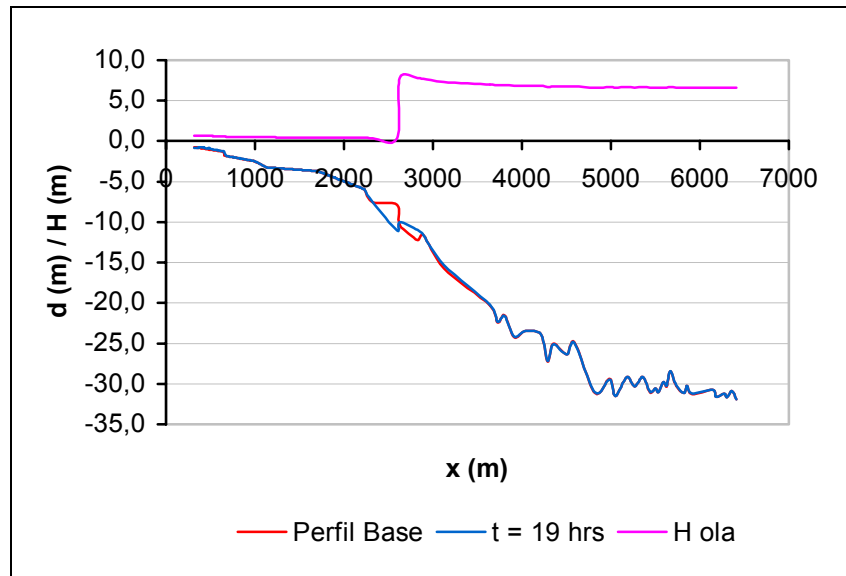


Figura 5.3.3 Evolución del perfil y altura de ola para  $t = 19$  hrs.

Nuevamente y ya con aproximadamente la mitad del tiempo de estudio transcurrido, se alcanza el primer punto de rompiente, aproximadamente a los 2500 m, como viene ocurriendo en todo el período tiempo analizado, luego se regenera la ola, siendo a los 500 metros aproximadamente, donde luego de producirse la rotura se denota un crecimiento de la ola nuevamente. El perfil va variando su forma, si bien se mantiene la erosión mencionada anteriormente, comienza a producirse un relleno pendiente abajo, al mismo tiempo que el tramo comprendido entre los 3000 y 4000 metros, se observa un depósito de material.

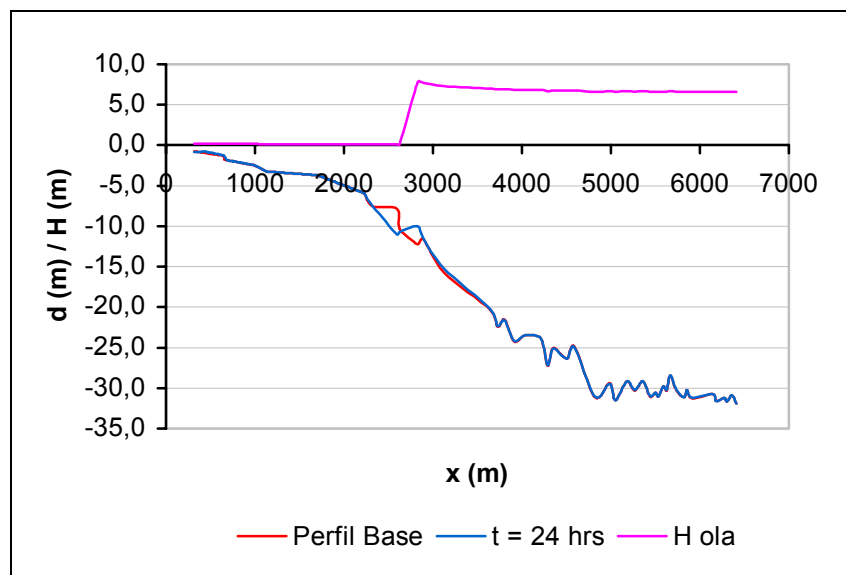


Figura 5.3.4 Evolución del perfil y altura de ola para  $t = 24$  hrs.

La figura 5.3.4, presenta un comportamiento de similares características que la correspondiente a la Figura 5.3.2. Sin embargo, no sólo se observa una modificación del perfil para los alrededores de los 3000 metros, sino que comienza a verse de manera más



significativa el relleno de la playa luego del punto correspondiente a la segunda rompiente (500m)

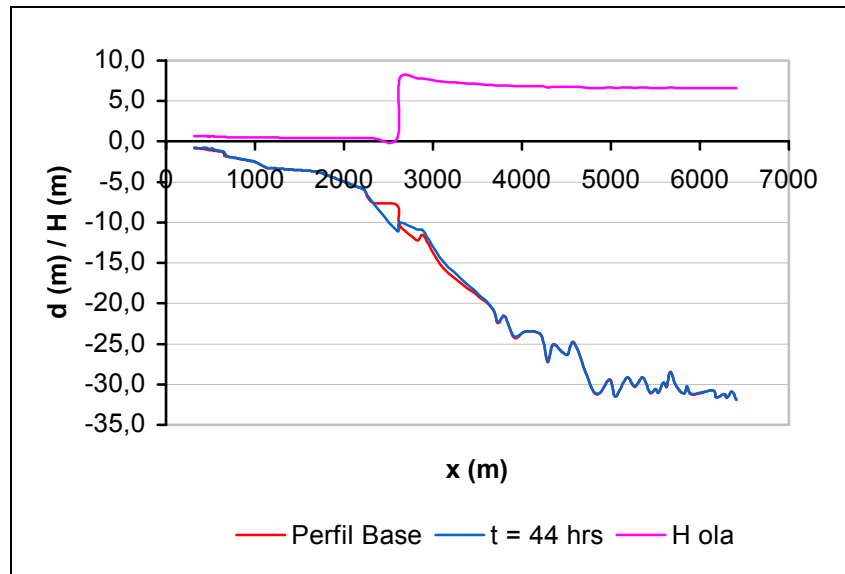


Figura 5.3.5 Evolución del perfil y altura de ola para  $t = 44$  hrs.

La Figura anterior, indica claramente una primer rompiente y de manera no tan evidente el crecimiento de la altura de ola, hasta un punto en el que rompe por segunda vez. En cuanto al comportamiento del perfil, si bien mantiene las características que resaltamos de la Figura 5.3.4, se hace notar como va cambiando la pendiente en los distintos tramos, sobre todo en el correspondiente al comprendido entre los 2500 y 3000 m.

Finalmente, luego de un período de tiempo de 48 hrs., podemos observar que el comportamiento y desarrollo de la altura de olas, se mantuvo de manera similar en todo el lapso de tiempo en estudio. Marcándose claramente una primer rompiente y de manera menos notoria, la segunda rompiente. El perfil adquiere la forma que indica la Figura 5.3.6, observándose un relleno de la porción de playa comprendido entre los 300 y 500 metros, la restinga se mantiene de manera inalterable, mientras que el tramo siguiente es el que presenta, y el cual vinimos analizando en todas las etapas anteriores, las mayores modificaciones, presentando una erosión seguida de un depósito de material, transformándolo en una especie de meseta suavizando las pendientes originales que presentaba el perfil. El tramo comprendido entre los 3000 y 4000 metros, si bien mantiene una pendiente similar a la original, presenta un depósito de material apreciable. Luego de ese tramo y ya con profundidades mayores a los 20 metros, las modificaciones por acción de las olas, son lógicamente muy poco apreciables, siendo hasta en algunos casos nulas.

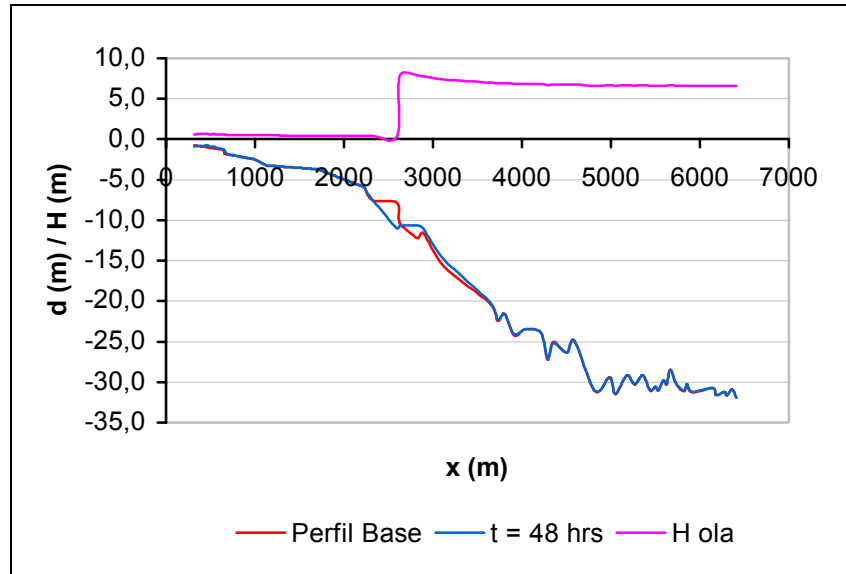


Figura 5.3.6 Evolución del perfil y altura de ola para t = 48 hrs.

De manera genérica se observa que la primer rompiente se produce para ordenes de altura de entre los 7.50 m de altura y 8.00 m, mientras que la segunda rompiente se produce entre los 0.50 m y 0.65m, llegándose a la orilla de la playa con alturas de ola del orden de los 0.65m.

El tramo comprendido entre progresivas 2300 y 2600 presentan visiblemente la mayor erosión. Las socavaciones llegan a ser de hasta 3 metros en la progresiva 2600. El depósito de material comprendido entre progresivas 2600 y 3000, presentan alturas del orden de los 2 metros en la progresiva 2800, siendo éste el depósito mayor.

La siguiente figura muestra las variaciones en el tiempo correspondiente al volumen de material transportado por metro lineal de playa. Es apreciable que en los primeros instantes la erosión producida es mucho mayor que en los períodos de tiempo posteriores.

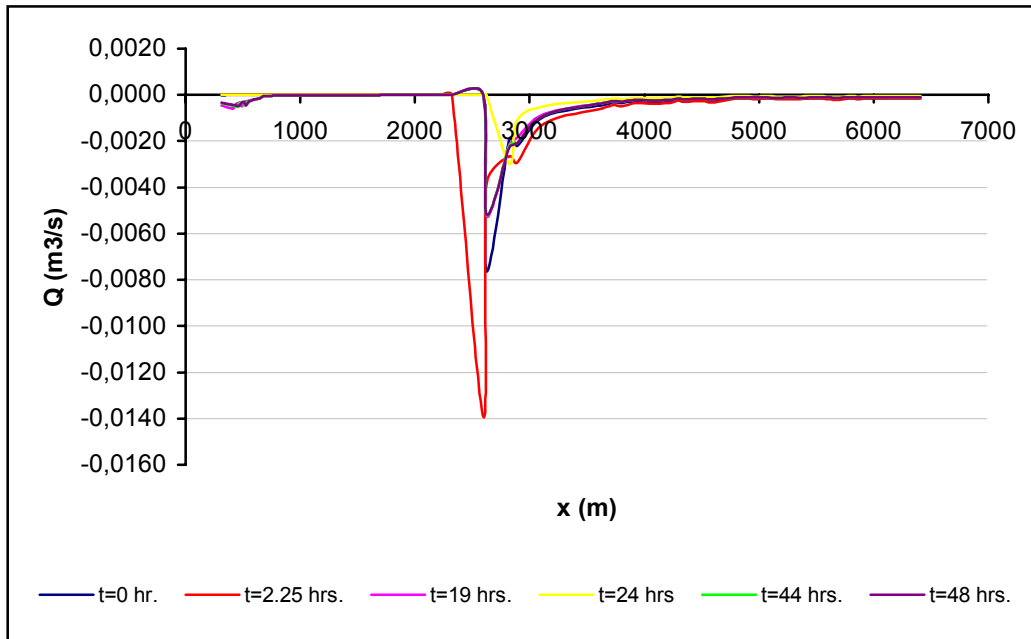


Figura 5.3.7 Variaciones del volumen de material transportado en el tiempo

La mayor tasa de material transportado se observa que se produjo a las 2.25 hrs. Una vez comenzada la simulación. En términos generales a medida que el tiempo transcurre el material transportado disminuye en cantidad, tendiendo a estabilizarse en el tiempo como se puede ver en las curvas correspondientes a las 44 y 48 hrs de simulación, donde ambas son prácticamente coincidentes.

La curva correspondiente al período de tiempo de 24 hrs., muestra un corrimiento de su punto mínimo al igual que una reducción en su valor, en comparación con los valores mínimos de los demás intervalos de tiempo. Esto se debe a que si observamos la Figura 5.3.4, si bien entre progresivas 2300 y 2600, el perfil continúa comportándose con la misma tendencia, es decir, erosionándose, en el tramo siguiente, correspondiente a las progresivas 2600 y 3000, se produce un aumento elevado de la profundidad del perfil como producto del depósito de material.

## CAPITULO VI

### 6 CONCLUSIONES

El modelo de erosión de playas implementado, basado en la representación de los procesos, ha mostrado una performance satisfactoria, lo que lo convierte en una herramienta muy útil para los estudios ingenieriles.

Es un modelo híbrido, empírico y de procesos. Debido a la existencia de gran cantidad de éstos últimos, que influyen en la evolución morfológica del perfil de una playa, el modelo se ve obligado a simular todos sus efectos con la virtud de poder separarlos y desarrollarlos individualmente. Incorporando de esta manera, modelaciones que lo hacen de uso universal.

Al analizar el comportamiento de los distintos perfiles estudiados podemos llegar a distintas conclusiones. En todos los casos se observa como las formas de los fondos de las playas varían con el transcurso del tiempo. En el perfil base y en el que trabajamos de Río Grande, la mayor erosión se produce en las inmediaciones del punto de rompiente de la ola. En Río Grande, la primer rompiente se ubica durante la mayoría del tiempo analizado en el mismo sitio, con lo cual la erosión es más puntual. En cambio el perfil base, muestra un movimiento significativo del punto de rompiente hacia aguas adentro, a medida que el tiempo transcurre, produciendo una erosión mas pareja a lo largo del perfil. En los otros dos perfiles analizados, el punto de rompiente también se va moviendo mar adentro, aunque con una modificación del perfil no tan notoria como en los otros perfiles antes descritos.

Hemos mencionado durante el desarrollo del trabajo, que una erosión en algún sitio de la playa se ve compensada con un depósito de material, en el perfil base se puede observar lo dicho anteriormente, una erosión bien marcada y desarrollada a lo largo del perfil, para luego observarse un depósito del material, con la formación de una barra incluso mar adentro. En los demás perfiles, si bien la erosión no es tan marcada como en el caso antes mencionado, se observa una tendencia, al igual que en el perfil anterior, a que el depósito del material ocurra mar adentro, pasando el punto de rompiente de la ola.

No es solamente el traslado de material a lo largo del perfil lo que podemos observar, sino que además se aprecia la tendencia de llevar al perfil hacia una pendiente más suave, como ocurre en Río grande, donde los tramos escalonados tienden a erosionarse, o como en las playas de los ensayos posteriores, en las que las barras originales se fueron transformando, llegando hasta prácticamente desaparecer.

De manera general y tomando los distintos perfiles analizados el modelo simula la evolución de los mismos, de manera compatible con lo esperado, incluso mostrando como a medida que el tiempo transcurre los perfiles muestran una estabilización cada vez mayor, logrando tener tasas de transporte cada vez más chicas, con un deteniimiento espacial y temporal del punto de rotura, debido a que el perfil va evolucionando de manera mucho más lenta.

## CAPÍTULO VII

### 7 SIMBOLOGÍA

d	[m]	profundidad
$\theta$	[°c]	ángulo de la playa
$\phi$	[°c]	ángulo de fricción interna del sedimento
i	[-]	pendiente de la playa
io	[-]	pendiente de la playa promedio
ieq	[-]	supuesta pendiente de equilibrio
$\beta$	[-]	pendiente la playa al punto de rompiente
ds	[mm]	diámetro característico del sedimento
d90	[mm]	trama de tamiz que permite pasar el 90% de la muestra de sedimento
$\chi$	[-]	inversa de la rugosidad equivalente
kx	[mm]	rugosidad equivalente
w	[m/seg]	velocidad de caída terminal del sedimento
$\rho$	[Nseg <sup>2</sup> /m <sup>4</sup> ]	peso específico del fluido
$\rho_s$	[Nseg <sup>2</sup> /m <sup>4</sup> ]	peso específico del sedimento
$\gamma$	[kg/m <sup>3</sup> ]	densidad del fluido
$\gamma_s$	[kg/m <sup>3</sup> ]	densidad del sedimento
s	[-]	densidad relativa
$\nu$	[m/seg <sup>2</sup> ]	viscosidad cinemática
Re	[-]	número de Reynolds
T	[seg]	período de la ola
$\omega$	[1/seg]	frecuencia de la ola
Lo	[m]	longitud de la ola en aguas profundas
L	[m]	longitud de la ola
k	[1/m]	número de onda
g	[m/seg <sup>2</sup> ]	aceleración de la gravedad
C	[m/seg]	velocidad de fase
Co	[m/seg]	velocidad de fase en aguas profundas
Cg	[m/seg]	celeridad de grupo
Cgo	[m/s]	celeridad de grupo en aguas profundas
n	[-]	relación entre la velocidad de fase y la celeridad de grupo
Ks	[-]	coeficiente de bajío
H	[m]	altura de ola
Ho	[m]	altura de ola en aguas profundas
HB	[m]	altura de la ola rompiente
a	[m]	amplitud de la ola rompiente
E	[N/m]	densidad de energía de la ola
Uo	[m/seg]	velocidad orbital
$\tau_B$	[N/m <sup>2</sup> ]	tensión de corte por interacción de la ola con el fondo
$\tau_T$	[N/m <sup>2</sup> ]	tensión por turbulencia
$\tau_C$	[N/m <sup>2</sup> ]	tensión de corte de iniciación de movimiento
fw	[-]	coeficiente de fricción
Aw	[-]	coeficiente adimensional
AwB	[-]	coeficiente adimensional
$\Phi$	[-]	coeficiente de Dalrymple
$\varepsilon$	[-]	coeficiente
fD	[1/seg]	factor de disipación de la energía

$\alpha D$	[-]	factor de calibración
FD1	[-]	factor adimensional, indicador de la dirección del sedimento
FD2	[-]	factor adimensional que minoriza el transporte de sedimento
$\pi$	[-]	factor relacionado con el movimiento orbital de las olas
$\pi c$	[-]	valor que adquiere $\pi$ , cuando el transporte de sedimento es nulo
If	[-]	factor que mide la intensidad del movimiento orbital de las olas
qM	[m <sup>3</sup> /seg]	amplitud del caudal instantáneo
qR	[m <sup>3</sup> /seg]	caudal definido por olas que ingresan a una zona de igual profundidad
qS	[m <sup>3</sup> /seg]	caudal definido por olas que ingresan a una zona de igual pendiente
q	[m <sup>3</sup> /seg]	caudal instantáneo
Q	[m <sup>3</sup> /segm]	volumen de sedimento transportado
z	[m]	coordenada vertical
t	[seg]	tiempo
x	[m]	coordenada horizontal
$\xi$	[-]	desplazamiento instantáneo del agua
$\pi$	[-]	3.14159265
e	[-]	2.71828182
<i>i</i>	[-]	parte imaginaria de un número complejo
j	[-]	identificación del número de nodo
n	[-]	número de iteración

## BIBLIOGRAFÍA

1. Adeath, Isaac Azuz. La Predicción de la respuesta temporal del perfil de playa como elemento fundamental en la gestión costera. Ciencia y Mar, Revista de la Universidad del Mar, Septiembre/Diciembre Vol III, Número 9. México 1999.
2. Balkema, Róterdam, Brookfield. Design Manual for Pitched Slope Protection. Centre for Civil Engineering Research and Codes. CUR, Gouda, Holanda 1995.
3. Blott, Simon J. y Pye, Kenneth. Morphological and Sedimentology Changes on an Artificially Nourished Beach. Journal of Coastal Research, Vol 20, N° 1, pag. 214-233. Florida, Estados Unidos 2004
4. Bruno, Michael S. Beach Erosion. Shore Line Evolution Modeling. Proceedings, 21st Conference, Pan American Federation of Engineering Societies, Washington DC, Estados Unidos. Agosto 1990.
5. Ciavola, Paolo y Corbau, Corinne. Modeling the Response of a Intertidal Bar to Medium Energy Events. Solution to Coastal Disaster. Proceedings of the Conference American Society of Civil Engineers, pag. 526-542. Febrero, Estados Unidos 2002
6. Coastal Engineering Manual, ARMY CORPS, Estados Unidos.
7. Conley, Daniel C. y Beach, Reginald A.. Cross shore sediment transport partitioning in the nearshore during a storm event. Journal of Geophysical Research, Vol 108 NC3. 2003.
8. Cox, Daniel. Cross Shore sediment Transport Experiments 2005 (CROSSTEX-05). Hinsdale Wave Research Laboratory, Oregon State University. 2004
9. Chiaia, G. y Ranieri, G. A comparative analysis between numerical sediment transport models. Coastal waves, Currents and sediment Transport, Copedec V, Fifth International Conference on Coastal and Port Engineering in Developing Countries. 1999
10. Dean, Robert G. Beach profiles. Me Foundations and Sediment Processes, Handbook of Coastal and Ocean Engineering. 1992.
11. Dibajnia, Mahomad y Watanabe, Akira. A Numerical Model of Wave Deformation in Surfzone. Wave deformation Model, chap 41. Coastal Engineering. Estados Unidos 1988
12. Diedericks, G. P. J.; Smit, F. y Mocke, G. P. A process based model of cross shore sediment transport and beach profile evolution. Coastal waves, Currents and sediment Transport. Copedec V, Fifth International Conference on Coastal and Port Engineering in Developing Countries. 1999
13. Echeverri, Oscar; Ramirez, Miguel; Toro, Mauricio y Valencia, Yamile. Impacto de olas sobre taludes. DYNA, Año 70 N° 139 pag. 43-52. Medellín, Colombia 2003.
14. Edge, Ronald. Física de las olas. Surf Physics.
15. García, E.; Medina, R. y Méndez, F.J. Modelo de Evolución del Perfil de Playa, Incluyendo el efecto de la reflexión. Grupo de Ingeniería oceanográfica y de Costas. Universidad de Cantabria. España.
16. Hanson, Aarninkhof, Capobianco, Jimenéz, Larson, Nicholls, Plant, Southgate, Steetzl, Stive, Vriend. Modelling of Coast evolution on Yearly to Decadal Time scales. Journal of Coast research, Vol 19, Chap 4, pags. 790-811. Florida, Estados Unidos 2003.
17. Hanson, Hans y Larson, Mays. Extensión of "GENESIS" into the cross-shore dimension from 1 line to n line. Coastal waves, currents and sediment transport. Copedec V, Fifth International Conference on Coastal and Port Engineering in Developing Countries. 1999.
18. Huygens, M.; Van de Voorde, N. Y Verhoeven, R. Optimization of Beach Nourishment Techniques. Experimental Studies on waves. 1998.
19. Ipper, A. I. en su libro Estuary and Coastal Hydrodynamics. Cambridge, Massachusetts, Estados Unidos. 1966

20. Karambas, Theophanis V. y Tozer, Nigel P.. Breaking waves in the Surf and Swash Zone. *Journal of Coastal Research*, Vol. 19, Chap 3, pags. 514-528. Florida, Estados Unidos 2003.
21. Krause, Gesche. The "Emergency-Method" revisited-Performance of an Inexpensive method of Measuring Beach profiles and Modifications. *Journal of Coastal Research*, Vol. 20, chap 1, pags. 340-346. Florida, Estados Unidos 2004.
22. Leadon, Mark E.. Beach, Dune an Offshore profile Response to a Severe Storm Event. M. *Proceedings of the ASCE Coastal Sediments 99 conference held in Hauppauge, Long Island, New York*. Pags. 2534-2549. 1999.
23. Mario Gutierrez-Estrada, Mario y Montaña, Yovani Ley. Control de Perfiles de playa en el área de Mazatlán, Sim, México. *Anales del Instituto de Ciencias del Mar y Limnología*. México 1986.
24. Martell Dubois, Raúl y Taista Barrena, Ernesto. Diseño de actuaciones para la rehabilitación de la playa del Club Habana, Cuba. *Boletín de SOMETCUBA Vol IV, Número 2*, 1998.
25. Maruyama, Kohki; Sakakiyama, Tsutomu; Watanabe, Akira, y Shimizu, Takao. Numerical prediction model of three dimensional beach deformation around a structure. *Coastal Engineering in Japan*, Vol 29. 1986.
26. Nicholson, J y O'Connor, B. A. A One-Dimensional Cross-Shore Transport Model. *Cross-shore transport model, Coastal Dynamics*, 1995.
27. Nicholson, J y O'Connor, B. A. Calibration and Validation of a Cross-Shore Transport Model. *Cross-shore transport model, Coastal Dynamics*.
28. Nicholson, J y O'Connor, B. A. Modelling Short-Term Beach Profile Change. *Coastal waves, currents and sediments transport. Copedec V, Fifth International Conference on Coastal and Port Engineering in Developing Countries*. 1999
29. Ohnaka, Susumu and Watanabe, Akira. Modelling of Wave-current Interaction and Beach Change. *Wave current interaction, Coastal Engineering*, chap 185. 1990
30. Pilarczyk, Kristian W. *Dikes and Revetment. Design, Maintenance and Safety Assesment*. Holanda, 1998
31. Reinalda, R. Diseño de Puertos en áreas sometidas a Mareas. *Internacional Journal on public Works, Ports and Waterways Development. International Association of Dredging Companies. The Hague. Holanda, Enero 1977*
32. Silva Medina, Gustavo A. *Introducción a la Hidráulica Marítima*.
33. Van Rijn, L.C. *Principles of Sediment Transport in Rivers, Estuaries and Coastal Seas.*, Aqua Publications, The Netherlands, 1993
34. Widdows, Jhon y Wood, Rose. A Model of sediment transport over an Intertidal Transect. *American Society of Limnology and Oceanography*. 2002.